

Estimação dos parâmetros de atrito em rodas de reação para controle de atitude

Valdemir Carrara e Hélio Koiti Kuga

Resumo– O crescente emprego de satélites artificiais tanto no estudo dos fenômenos terrestres quanto espaciais está provocando uma busca por sistemas de apontamento cada vez mais precisos e confiáveis. Os sistemas de controle de atitude contam com sensores e atuadores que seguem estes requisitos, porém seu custo é ainda elevado, com pouca tendência de queda. É comum atualmente o emprego de rodas de reação para controlar a atitude, pois proporcionam larga faixa de operação em torque, são confiáveis e consomem pouca energia. As rodas são formadas por um motor DC sem escovas cujo rotor é acoplado a um volante de inércia. O baixo torque gerado pelo motor e a alta inércia da roda provocam uma aceleração ou desaceleração bastante lenta. Contudo, o atrito presente nos mancais faz com que a resposta da roda a um comando de torque seja não linear, o que pode comprometer a estabilidade e a precisão do sistema de controle como um todo. Neste trabalho apresenta-se uma caracterização de uma roda de reação da Sun Space, de 0,65 Nms de capacidade máxima, para estimar seus parâmetros de atrito. Utilizou-se um modelo de atrito que leva em conta o atrito de Coulomb, o atrito viscoso e o atrito estático, segundo a formulação de Stribeck. Os parâmetros foram estimados por meio de mínimos quadrados não-linear em lote, a partir de dados levantados experimentalmente. Os resultados mostraram grande concordância com os dados experimentais, e ficaram próximos de modelo determinístico, obtido anteriormente para esta mesma roda. Este modelo, após finalizado, será empregado num controlador com compensação dinâmica do atrito.

Palavras-Chave: controle de atitude, rodas de reação, estimação de parâmetros.

Abstract– The growing use of artificial satellites in the study of both space and terrestrial phenomena is provoking a search for pointing systems increasingly accurate and reliable. Attitude control systems rely on sensors and actuators that follow these requirements, but its cost is still high, with little tendency to fall. It is common nowadays to employ reaction wheels for attitude control, which provide wide range of operation in torque, are reliable and with little power consumption. The wheels are formed by a Brushless DC motor whose rotor is attached to a flywheel. The low torque generated by the engine and the high inertia of the wheel cause a quite slow acceleration or deceleration. However, the friction in the bearings makes the response of wheel torque command to be non-linear, which may compromise the stability and precision of the control system as a whole. This work presents a characterization of a reaction wheel supplied by Sun Space, with maximum capacity of 0.65 Nms, in order to estimate their friction parameters. It was used a friction model that takes into account the Coulomb friction, viscous friction and static friction, according to Stribeck formulation. The parameters were estimated by means of nonlinear batch least squares method, from data raised experimentally. The results showed wide agreement with the experimental data, and were

close to deterministic model, previously obtained for this same wheel. This model, after finished, will be employed in a controller with dynamic compensation of friction.

Keywords: Attitude control, reaction wheel, parameter estimation.

I. INTRODUÇÃO

Satélites de observação da Terra, satélites providos de telescópios, certos satélites de comunicações e toda uma gama de satélites científicos requerem, para operar corretamente, que apontem seus instrumentos na direção certa. O sistema de controle de atitude é responsável, nestes satélites, para prover o apontamento necessário de acordo com o perfil da missão. Quando a precisão exigida para o apontamento é menor do que 1 grau, em geral são utilizadas rodas de reação e bobinas magnéticas como atuadores, e sensores de estrela e giroscópios como provedores da atitude e velocidade angular (Wertz, 1978). As rodas fornecem os torques na magnitude necessária ao controle, mas eventualmente ficam saturadas, isto é, atingem a velocidade angular máxima ao absorverem as perturbações sistemáticas provocadas pelo ambiente espacial. Bobinas magnéticas são então empregadas para dessaturar as rodas e permitir que continuem operando normalmente. Infelizmente as bobinas não conseguem gerar torques elevados que, às vezes, são necessários, nem tampouco torques em 3 eixos simultaneamente - funções providas pelas rodas. As rodas operam em geral de duas formas distintas: controladas por torque ou corrente, e controladas por realimentação da velocidade angular. No segundo caso, um sensor capaz de medir a velocidade de rotação da roda é inserido numa malha de controle interna que ajusta a corrente necessária ao motor para acompanhar a referência de velocidade comandada. Em virtude deste último modo gerar torques independentes do atrito nos mancais, ele é utilizado em quase todos os satélites. Porém, a malha interna de controle de velocidade angular introduz uma dinâmica e um atraso na resposta da roda que pode comprometer o desempenho do controle de atitude. Justifica-se, assim, que métodos capazes de aliar respostas lineares da roda com atraso mínimo na resposta sejam estudados e aperfeiçoados.

Em [1] os parâmetros de atrito de uma roda de reação comandada em corrente são obtidos de forma experimental. Naquele trabalho a roda é submetida a comandos específicos de forma a evidenciar um determinado parâmetro. Estes são posteriormente calculados por ajuste manual de curvas, com base na variação quadrática mínima. O modelo utilizado levava em conta o atrito de Coulomb e viscoso. Em [2] o mesmo modelo foi utilizado num controlador de atitude de

uma mesa de mancal a ar. O controlador usava comando em corrente com compensação da dinâmica baseada apenas nos atritos de Coulomb e viscoso. Com este método foi possível reduzir o erro durante a inversão de rotação da roda em uma ordem de magnitude. Posteriormente efetuou-se uma comparação entre as duas formas de controle, em [3], que mostrou que o compensador dinâmico apresenta um erro comparável ao modo de controle em velocidade angular da roda, embora um pouco maior. Os parâmetros de atrito daquela roda, acrescido do atrito de Stribeck (na verdade, um modelo contínuo e diferenciável do atrito estático ou atrito de partida) foram estimados por um filtro de Kalman em [4], porém com resultados pouco precisos, em virtude da escassez de dados experimentais.

Poucos trabalhos na literatura relacionam modelos de atrito com os mancais de rodas de reação [5] e [6]. Por outro lado, diversos artigos apresentam modelos de atrito e estimação dos parâmetros em motores, como em [7] e [8], incluindo um modelo dinâmico para o atrito [9].

Este trabalho propõe-se a estimar, por meio de mínimos quadrados não-linear, os parâmetros de atrito de uma roda de reação, mostrada na foto da Figura 1, considerando não apenas os atritos de Coulomb e viscoso, mas também o atrito de Stribeck. Os parâmetros assim estimados serão então comparados àqueles obtidos em [1] e [2]. Nas seções seguintes serão apresentados a formulação do modelo de atrito e o equacionamento necessário para a estimação dos parâmetros. Os resultados experimentais aparecem a seguir, junto com a comparação entre ambos os métodos de cálculo: estatístico e determinístico. As conclusões são apresentadas na seqüência.

A roda de reação utilizada foi produzida pela empresa SunSpace [10] e adquirida pela Divisão de Mecânica Espacial e Controle do INPE.

II. MODELO MATEMÁTICO

Utilizou-se, na coleta de dados necessários a este trabalho, um arranjo apresentado por Carrara e Milani [1]. Numa mesa de mancal aerostático de um grau de liberdade em rotação (Figura 1) foram instalados a roda de reação com capacidade máxima de 0,65 Nms comandada em corrente por interface serial, um giroscópio de fibra ótica de um eixo (não utilizado no presente trabalho), uma eletrônica de telemetria e comando, um rádio-modem para comunicação com os equipamentos e uma bateria para alimentação. Os programas necessários para comandar a roda e efetuar as leituras da corrente e velocidade angular foram escritos em C++, e executado num computador externo à mesa.

O modelo matemático de uma roda de reação é análogo ao modelo de um motor DC, cuja inércia inclui, além da inércia do rotor, também a inércia do volante fixado ao eixo da roda. No modelo considerado aqui incluiu-se o atrito viscoso, o atrito de Coulomb e o atrito de Stribeck. A equação diferencial que descreve o movimento é:

$$T_w = J_w \dot{\omega} + b\omega + \text{sgn}(\omega) \left[c + d e^{-\omega^2/\omega_s^2} \right] \quad (1)$$

na qual T_w é o torque aplicado ao motor, J_w é a inércia do volante e rotor, b é o coeficiente de atrito viscoso, c é o torque

de atrito de Coulomb, d é o torque de partida, ω é a velocidade angular da roda e ω_s é conhecido como velocidade de Stribeck [7, 8]. O modelo de torque é apresentado graficamente na Figura 2. O torque de partida d pode ser decomposto na diferença entre o torque estático T_s e o torque de Coulomb c , isto é, $d = T_s - c$. Desprezando efeitos não lineares presentes na conversão de corrente para torque, pode-se considerar que o torque aplicado ao motor é proporcional à corrente no estator, I , na forma:

$$T_w = k_m I \quad (2)$$

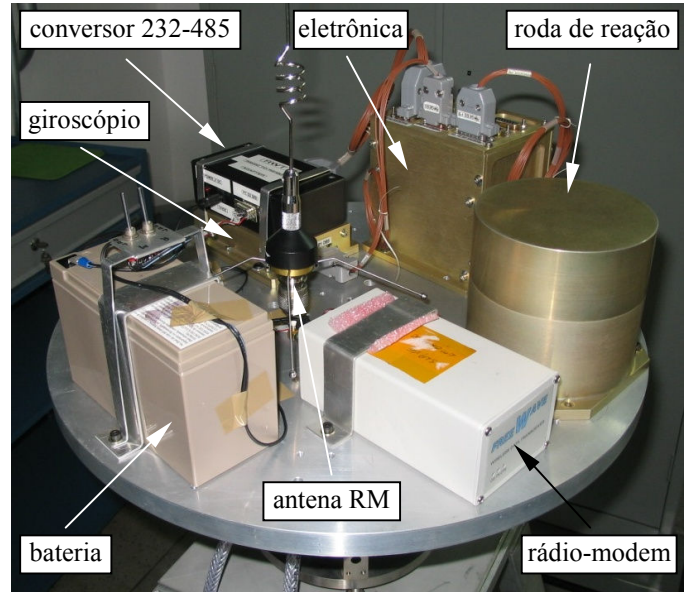


Fig 1. Experimento montado na mesa de mancal a ar.

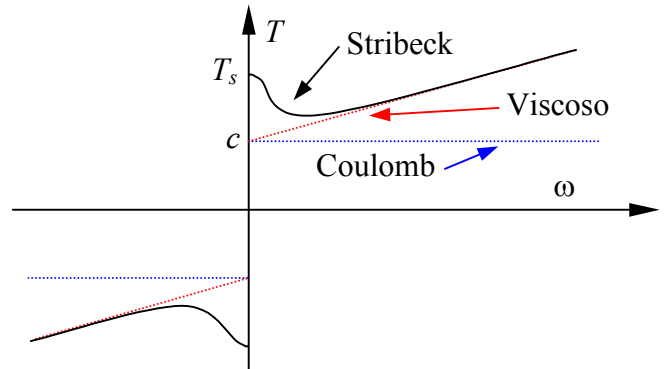


Fig 2. Modelo do torque de atrito utilizado na estimação dos parâmetros.

No modo de controle por corrente, comanda-se na roda a corrente I e efetua-se leituras por telemetria da velocidade angular ω e da própria corrente, que pode ser ligeiramente diferente daquela comandada, em virtude da presença de uma malha de controle de corrente interno à roda. Para a estimação dos parâmetros por meio de mínimos quadrados considerou-se o estado como composto pela velocidade angular, pela constante do motor, coeficiente de atrito viscoso, torque de Coulomb, e torque estático. Uma vez que a inércia da roda não pode ser estimada de forma independente dos demais parâmetros, adotou-se para a inércia o valor fornecido pelo fabricante de $J_w = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$. O estado a ser estimado é então

$$\mathbf{x} = (\omega \quad k_m / J_w \quad b / J_w \quad c / J_w \quad T_s / J_w)^T = (x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5)^T \quad (3)$$

A velocidade de Stribeck ω_s poderia ser também estimada, porém testes preliminares mostraram que os ruídos presentes nas medidas em baixa velocidade, onde este parâmetro é proeminente, não permitem uma boa estimativa do seu valor. Além disso os valores estimados dos demais parâmetros são pouco afetados por ω_s . Realizou-se então um experimento no qual a roda foi configurada para ser controlada em velocidade angular, e a corrente foi monitorada por um longo período de tempo em rotação constante, para se obter um valor médio. O processo foi repetido para velocidades compreendidas entre 1 e 16 rpm (incrementos de 1 rpm), cujos valores obtidos são mostrados na Figura 3. Percebe-se, nesta figura, uma pequena tendência da curva média apresentar um valor mínimo por volta de 6 ou 7 rpm. Este valor foi adotado numa primeira estimativa dos demais parâmetros da roda. A seguir, um ajuste de curvas nos dados da Figura 3, usando os valores previamente estimados, forneceu para a velocidade de Stribeck um valor final de cerca de 4 rpm. O processo de estimação foi então refeito (mostrado na Seção III), mas apresentou variação desprezível com relação à estimação anterior.

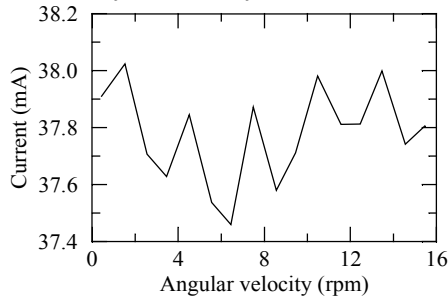


Fig 3. Corrente média em modo de controle de velocidade angular.

Da equação do movimento (Eq. 1) tira-se o modelo da dinâmica para o processo de estimação, dado por:

$$\dot{x}_1 = x_2 I - x_3 x_1 - \text{sgn}(x_1) \left[x_4 + (x_5 - x_4) e^{-x_1^2/\omega_s^2} \right] \quad (4)$$

Uma vez que a parte dinâmica é representada por apenas uma variável (rotação x_1), e os estados restantes são parâmetros, os elementos não nulos da matriz Jacobiana ficam:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_1} &= -x_3 + 2 \frac{x_1}{\omega_s^2} \text{sgn}(x_1) (x_5 - x_4) e^{-x_1^2/\omega_s^2} \\ \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_2} &= I \\ \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_3} &= -x_1 \\ \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_4} &= -\text{sgn}(x_1) \left(1 - e^{-x_1^2/\omega_s^2} \right) \\ \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_5} &= -\text{sgn}(x_1) e^{-x_1^2/\omega_s^2} \end{aligned} \quad (5)$$

Os dados foram gerados com a roda submetida a dois perfis de comando, ambos com pequena amplitude, de forma a mantê-la em baixas velocidades e com inversões periódicas no sentido de giro, mostrados nas Figuras 4 e 5. O primeiro perfil consistiu de vários ciclos senoidais nos quais cada período teve a amplitude e o período escolhidos aleatoriamente dentro de certos limites. O segundo perfil teve amplitude aleatória, corrente constante em cada acionamento, inversão de sentido a cada 30 segundos, semelhante a uma onda quadrada. A temperatura do mancal e a pressão atmosférica no interior da roda de reação foram monitoradas durante toda a execução dos perfis, com duração de 300 segundos cada. Embora seja plausível que a temperatura influa no atrito e, como consequência, também no comportamento da roda, esta influência não foi levada em conta no presente modelo, uma vez que a variação de ambas durante o experimento foi pequena, inferior a 1° C no caso da temperatura. Nota-se, particularmente na Figura 5, que o torque de Coulomb causa mudanças de inflexão na curva da velocidade angular sempre que esta inverte seu sentido de rotação. Esta é uma indicação de que estes experimentos são capazes de prover informações para a estimação deste e dos demais parâmetros, que será apresentada na seção seguinte.

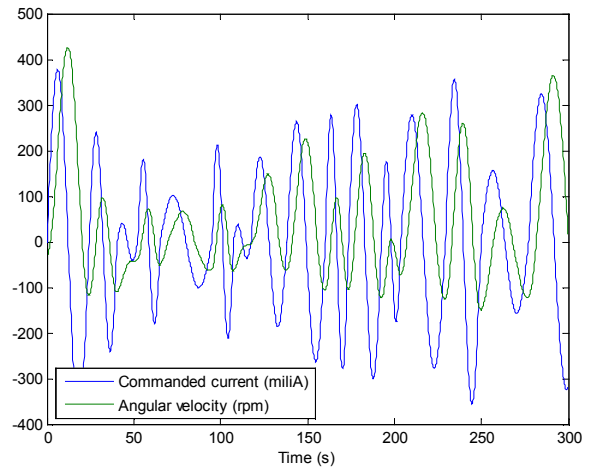


Fig 4. Perfil senoidal de comando da roda de reação.

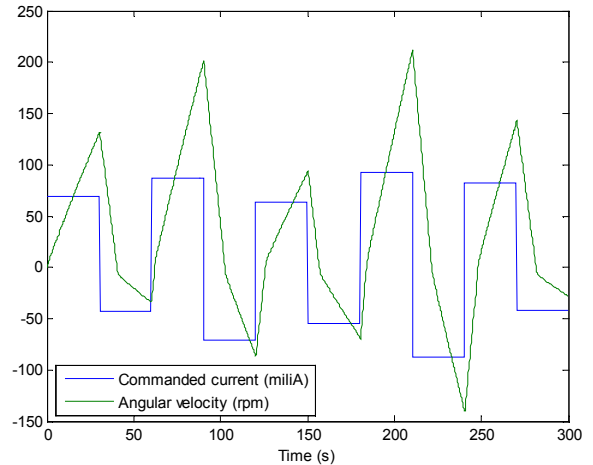


Fig 5. Perfil de comando da roda de reação por patamares.

III. PROCEDIMENTO DE ESTIMAÇÃO

O procedimento de estimação dos parâmetros do modelo (Eq. 1) baseou-se no método de Mínimos Quadrados em lote. A função de custo ponderada J , considerando a informação a priori, em notação de norma, é dada por:

$$J = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|_{\mathbf{R}^{-1}}^2 + \|\hat{\mathbf{x}}_o - \mathbf{x}\|_{\mathbf{P}_o^{-1}}^2 \quad (6)$$

onde $\|\cdot\|$ representa a norma de uma matriz ou vetor, \mathbf{y} é o vetor contendo m medidas, \mathbf{H} é a matriz $m \times n$ que relaciona as medidas ao estado \mathbf{x} de n elementos, $\hat{\mathbf{x}}_o$ é o valor do estado a priori, \mathbf{R} é a matriz $m \times m$ de covariância dos erros de medida, e \mathbf{P}_o é a matriz de covariância dos erros no estado a priori. Inicialmente coloca-se a função de custo na forma:

$$J = \left\| \begin{bmatrix} (\mathbf{P}_o^{-1})^{1/2} \hat{\mathbf{x}}_o \\ (\mathbf{R}^{-1})^{1/2} \mathbf{y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (\mathbf{P}_o^{-1})^{1/2} \\ (\mathbf{R}^{-1})^{1/2} \mathbf{H} \end{bmatrix} \mathbf{x} \right\|^2 \quad (7)$$

onde $(\cdot)^{1/2}$ representa uma matriz raiz quadrada de (\cdot) . Utilizando-se uma transformação ortogonal \mathbf{T} de Householder, que não altera a norma, pode-se triangularizar o sistema de forma que:

$$\begin{aligned} J &= \left\| \mathbf{T} \begin{bmatrix} (\mathbf{P}_o^{-1})^{1/2} \hat{\mathbf{x}}_o \\ (\mathbf{R}^{-1})^{1/2} \mathbf{y} \end{bmatrix} - \mathbf{T} \begin{bmatrix} (\mathbf{P}_o^{-1})^{1/2} \\ (\mathbf{R}^{-1})^{1/2} \mathbf{H} \end{bmatrix} \mathbf{x} \right\|^2 \\ &= \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{x} \right\|^2 = \|\mathbf{y}_1 - \mathbf{H}_1 \mathbf{x}\|^2 + \|\mathbf{y}_2\|^2 \end{aligned} \quad (8)$$

Nota-se que, após a transformação ortogonal, \mathbf{H}_1 é uma matriz $n \times n$ triangular, $\mathbf{0}$ é uma matriz $m \times n$ de zeros, e \mathbf{y}_1 e \mathbf{y}_2 são os vetores de dimensão n e m , respectivamente, resultantes da aplicação da transformação ortogonal \mathbf{T} . Portanto o mínimo da função custo é simplesmente:

$$J_{\min} = \|\mathbf{y}_2\|^2 \quad \text{se} \quad \|\mathbf{y}_1 - \mathbf{H}_1 \mathbf{x}\| = 0, \quad (9)$$

que é a solução de mínimos quadrados conforme [11]. Uma vez que a matriz \mathbf{H}_1 é triangular, a resolução de:

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{H}_1 \hat{\mathbf{x}} \quad (10)$$

é trivial, e $\hat{\mathbf{x}}$ é o vetor de estado estimado. Esta abordagem foi codificada em linguagem Fortran e adaptada [12] para resolver o problema não-linear de estimação de parâmetros de atrito. A partir de uma condição inicial $\hat{\mathbf{x}}_o$, a solução é obtida de maneira iterativa e converge rapidamente com poucas iterações.

IV. ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DE ATRITO

Em trabalhos anteriores, alguns dos parâmetros do atrito desta roda foram estimados por Carrara e Milani [1] e Carrara [2]. Uma vez que foram utilizados, naqueles trabalhos, métodos específicos para o cálculo individual de cada parâmetro, estes foram denominados de métodos determinísticos, em contraste com os métodos estatísticos empregados no presente estudo. Pelo método determinístico foram obtidos o coeficiente de atrito viscoso $b = 5,16 \cdot 10^{-6}$ Nms, o atrito de Coulomb $c = 0,8795 \cdot 10^{-3}$ Nm e a constante do motor $k_m = 0,0270$ Nm/A.

No processo de estimação partiu-se de um vetor de estados dado por:

$$\mathbf{x}_0 = (0 \quad 18 \quad 0,00344 \quad 0,5863 \quad 0)^T \quad (11)$$

que corresponde aos valores dos métodos determinísticos, conforme definidos na Eq. 3. O perfil 2 foi utilizado para estimar os valores dos parâmetros x_2, x_3, x_4, x_5 . O perfil 1 (senoidal) foi utilizado para validar os parâmetros estimados. Utilizou-se o método de mínimos quadrados não-linear e assumiu-se que as medidas de rotação tivessem um desvio-padrão de cerca de 5 rpm. O vetor estimado após a convergência dos mínimos quadrados resultou em

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = (0 \quad 15,205 \quad 0,00322 \quad 0,5863 \quad 0,6037)^T \quad (12)$$

Considerando o valor da inércia $J_w = 1,5 \cdot 10^{-3}$ kg m², os parâmetros de atrito resultam $b = 4,83 \cdot 10^{-6}$ Nms, $c = 0,8795 \cdot 10^{-3}$ Nm e $k_m = 0,0228$ Nm/A. A Tabela 1 resume os resultados obtidos até agora. Percebe-se que a maior diferença encontrada foi na constante do motor, que ficou 15% abaixo do valor encontrado no método determinístico. O torque de Coulomb não apresentou diferença alguma dentro da precisão adotada no cálculo.

Tabela 1 – Parâmetros de atrito da roda de reação

Parâmetro		Determinístico	Estatístico
Constante do motor	k_m	0,0270	0,0228
Coefficiente viscoso	b	$5,16 \cdot 10^{-6}$	$4,83 \cdot 10^{-6}$
Torque de Coulomb	c	$0,8795 \cdot 10^{-3}$	$0,8795 \cdot 10^{-3}$
Torque estático	T_s	-	$0,9055 \cdot 10^{-3}$

A Figura 6 mostra uma comparação dos valores de rotação medidos (Figura 4) e estimados (integração no tempo) pelos modelos determinístico e estatístico, para o primeiro perfil. Percebe-se que ambos os métodos apresentam resultados semelhantes, porém o erro com relação às medidas reais ainda é relativamente grande.

A Figura 7 mostra os mesmos resultados para o perfil por patamares (Figura 5). Nota-se claramente a melhor aderência do ajuste estatístico (em relação ao determinístico) às medidas de rotação do experimento.

A Figura 8 mostra as medidas (em vermelho), e os resíduos entre as medidas de rotação e os valores de rotação estimados por ambos os métodos (determinístico e estatístico), para o perfil senoidal. Verificam-se resíduos crescentes próximos à

passagem pelo zero, onde os modelos de atrito tem menor desempenho.

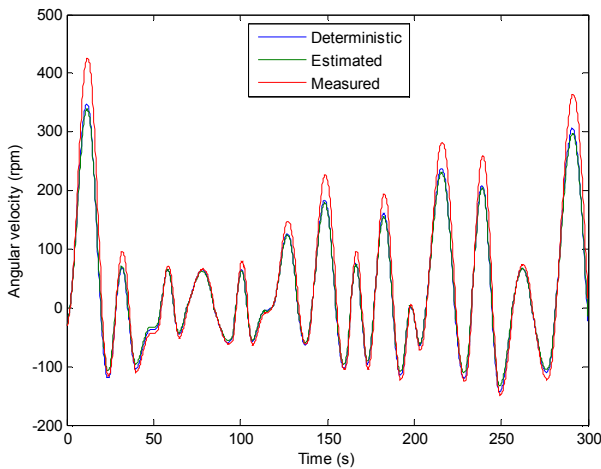


Fig 6. Resultados dos métodos determinístico e estatístico no primeiro perfil.

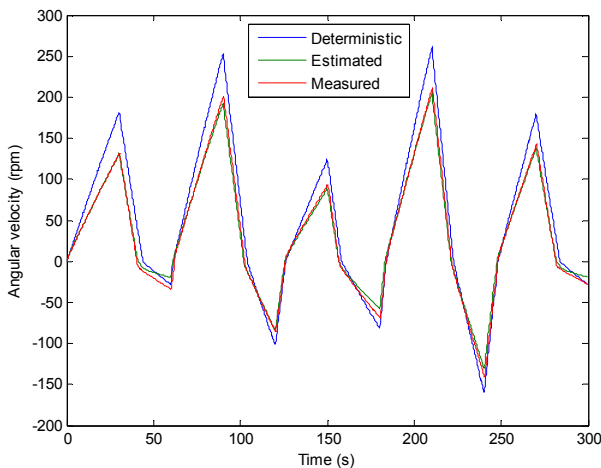


Fig 7. Resultados dos métodos determinístico e estatístico no segundo perfil.

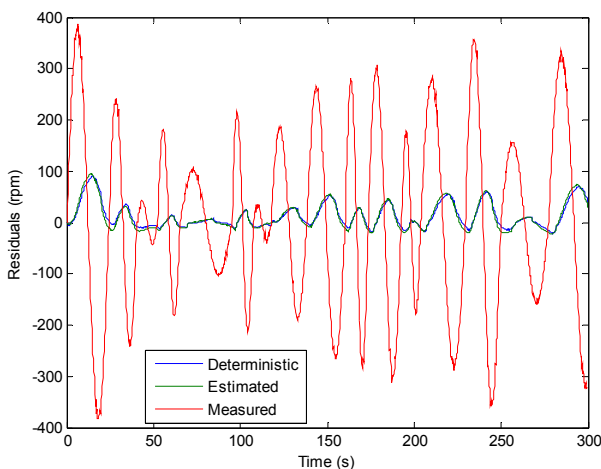


Fig 8. Resíduos da estimação com o primeiro perfil.

Na Figura 9 mostram-se os resíduos das medidas de rotação para o perfil por patamares. Fica também bastante visível o melhor desempenho do ajuste estatístico nas baixas velocidades (50-100 rpm).

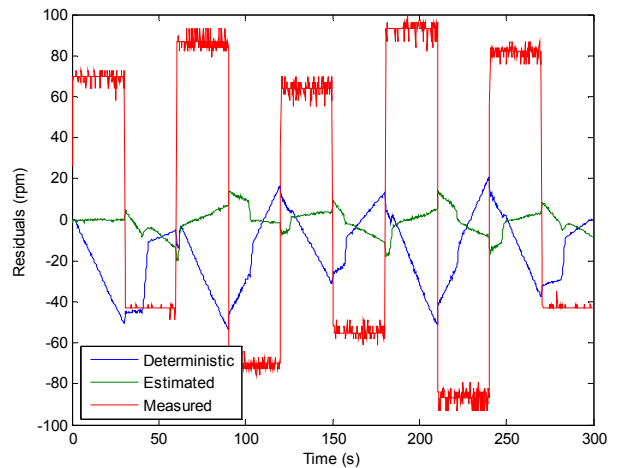


Fig 9. Resíduos da estimação com o segundo perfil.

Os resultados apontam problemas no perfil de resposta da roda em baixas rotações, principalmente nas transições pelo zero. Entretanto, o modelo obtido pelo ajuste estatístico dos parâmetros se comporta melhor nessa faixa de trabalho. Em termos práticos, o uso deste modelo em um sistema de controle proporciona uma passagem suave pelo zero, e poderá descartar a necessidade de definir uma zona morta, facilitando a implementação do controlador. Por outro lado salienta-se que o modelo matemático utilizado em ambos os métodos é simétrico com relação ao sentido de rotação. Contudo existem evidências [13] que mancais possam ser assimétricos, embora o grau de assimetria seja em geral pequeno.

V. CONCLUSÕES

Este artigo apresentou um modelo matemático e computacional para uma roda de reação da SunSpace [10], obtido com base em modelos não lineares dos atritos: de Coulomb, viscoso, e de Stribeck; baseados em ensaios e medições experimentais do comportamento da roda. Trabalhos anteriores não incluíam o atrito de Stribeck, e os valores dos parâmetros de atrito (Coulomb e viscoso) foram obtidos deterministicamente [1-2].

Com base neste modelo mais completo, foi realizado um ajuste não-linear de estados e parâmetros através do método de mínimos quadrados, utilizando dados de dois experimentos: um com perfil senoidal, e outro com patamares positivos e negativos, onde a transição pelo zero foi exercitada inúmeras vezes (24 vezes no perfil senoidal e 9 vezes no perfil por patamares).

Conforme esperado, notou-se desempenho degradado dos modelos na passagem pelo zero, porém com melhor ajuste do método estatístico.

O uso do modelo matemático do atrito em um controlador com compensador dinâmico deverá resultar em respostas suaves próximos do zero [3]. Tal fato, o compensador pode reduzir significativamente os efeitos não lineares que ocorrem na resposta da roda durante as inversões de sentido de rotação, evitando a discretização do modelo e diminuindo a complexidade de síntese do controle neste tipo de atuador.

Trabalhos futuros sugerem a utilização deste modelo num sistema de controle de ângulo ou de velocidade angular, e

correspondentes comparações de desempenho, em termos de tempo de resposta, desempenho e precisão.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao projeto FUNDEP-FINEP-SIA-11382*3 que forneceu o suporte para a aquisição de alguns dos equipamentos utilizados nos experimentos.

REFERÊNCIAS

- [1] Carrara, V.; Milani, P. G. Controle de uma mesa de mancal a ar de um eixo equipada com giroscópio e roda de reação. *V SBEIN - Simpósio Brasileiro de Engenharia Inercial*. Rio de Janeiro, Nov. 2007.
- [2] Carrara, V. Comparação experimental entre formas de controle de atitude com rodas de reação. *VI SBEIN - Simpósio Brasileiro de Engenharia Inercial*. Rio de Janeiro, Nov. 2010.
- [3] Carrara, V.; Siqueira, R.; Oliveira, D. Speed and current mode strategy comparison in satellite attitude control with reaction wheels. *Proceedings of COBEM 2011 – 21st Brazilian Congress of Mechanical Engineering*. Natal, RN, Brazil, Oct. 2011.
- [4] Fernandes, D. C.; Kuga, H. K.; Carrara, V.; Romano, R. A. Um modelo de uma roda de reação com estimação dos parâmetros de atrito por filtro de Kalman. *CONEM 2012 – VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*, São Luís, MA, Agosto 2012.
- [5] Moreira, M. L. B.; Lopes, R.V.F.; Kuga, H. K. Estimation of torque in a reaction wheel using a Bristle model for friction. *Proceedings of 18th International Congress of Mechanical Engineering*, Ouro Preto, MG, Brazil, Nov. 6-11, 2005.
- [6] Shenming, G.; Cheng, H., A Comparative Design of Satellite Attitude Control System with Reaction Wheel. *Proceedings of the First NASA/ESA Conference on Adaptive Hardware and Systems*. 2006. (AHS'06).
- [7] Olsson, H.; Åström, K. J.; Canudas de Wit, C.; Gafvert, M.; Lischinsky, P., Friction models and friction compensation. *European Journal of Control*, Vol. 4, No. 3. , pp. 176-195, 1998.
- [8] Canudas de Wit, C.; Ge, S. S. Adaptive friction compensation for system with generalized velocity/position friction dependency. *Proceedings of the 36th Conference on Decision and Control*, San Diego, CA, Dec. 1997, pp. 2465-2470, 1997.
- [9] Canudas De Wit, C; Lischinsky, P. Adaptive Friction Compensation with Partially Known Dynamic Friction Model. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol 11, p. 65-80, 1997.
- [10] Engelbrecht, J. A. A. *User's Manual for the SunSpace reaction wheel and gyroscope subsystem*. SunSpace, Matieland, South Africa, 2005. (SS01-106000).
- [11] Lawson, C. L.; Hanson, R. J. *Solving least squares problems*. Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1974.
- [12] Kuga, H.K. *Determinação de órbitas de satélites artificiais terrestres através de técnicas de estimação*

combinadas a técnicas de suavização de estado. Tese de doutorado, São José dos Campos, INPE, 1989 (INPE-4959-TDL/388).

- [13] Canudas, C; Åström, K. J. Adaptive Friction Compensation in DC-Motor Drivers. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol RA-3, No 6, p. 681-685, Dec. 1987.

