



## ESTIMAÇÃO DA VELOCIDADE ANGULAR E QUATERNIONS DE ATITUDE PELO FILTRO DE KALMAN

**Arnaldo Oliveira**

arfeoljr@gmail.com

Faculdade de tecnologia SENAI Mariano Ferraz

Rua Jaguaré Mirim, 71, São Paulo, SP, Brazil.

**Valdemir Carrara**

**Hélio Koiti Kuga**

valdemir.carrara@inpe.br

helio.kuga@inpe.br

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Av. dos Astronautas, 1758, São José dos Campos, SP, Brazil.

**Abstract.** *In order to extract useful information from on-board experiments a satellite must have an attitude determination system. However unlike conventional satellites, cubesats NBR1 and NBR2 will not use gyroscopes as angular velocity sensors needing thus other ways to allow attitude determination. In this work one uses the TRIAD method to create an attitude vector in terms of quaternions which overcomes the problem of singularity existent in Euler angles representation. A Kalman filter will be used by the onboard computer to estimate the attitude and angular velocity. The state prediction will be done through the rigid body dynamics and the quaternion kinematics equation. The formulation of the filter and the equationing are presented together with the results of simulations of a satellite in orbit. Such results will be used to code the software to be boarded in the next Brazilian missions based on Cubesat technology.*

**Keywords:** *Cubesat, gyro-less attitude determination, Kalman filter.*

## 1 INTRODUÇÃO

Há uma tendência mundial de que as nações busquem o acesso ao espaço para se beneficiar da tecnologia desenvolvida para tal fim. Porém, satélites artificiais são ainda dispositivos que requerem grandes investimentos com projeto, desenvolvimento, lançamento e operação, e por isso somente um seleto grupo de nações dispõem de tecnologia própria de satélites.

O custo de um satélite convencional situa-se na ordem de alguns milhões de dólares, e parcela significativa dele está relacionada ao desenvolvimento e teste de software e hardware. Quando um satélite é lançado ao espaço, falhas não devem ocorrer, pois, se ocorrerem, prejuízos elevados serão contabilizados. Neste contexto, a redução dos custos de projetos, construção, lançamento e operação são muito importantes. Uma das formas de reduzir os custos relativos à construção de um satélite consiste na miniaturização dos componentes, com conseqüente redução de massa, e também com custos de lançamento mínimos. Outra forma consiste na redução da confiabilidade requerida para o satélite, por meio da adoção de componentes comerciais, ao invés de componentes qualificados para o ambiente espacial. Diante deste cenário, os nanosatélites da classe Cubesat aparecem como uma plataforma de testes de software e hardware de baixo custo no qual diversos países e universidades, inclusive no país, têm investido. O Brasil conta com os projetos NBR1 e NBR2 de Cubesats que estão sendo executados pelo INPE, além de outros projetos similares (Conasat, ITA, Cubesat, Serpens).

A iniciativa para se criar plataformas de baixo custo iniciaram-se em 1999 na Cal Poly (California Polytechnic State University) com Jordi Puig Suari e na Universidade Stanford com Bob Twiggs. Elas culminaram com a especificação da uma arquitetura denominada de Cubesat, cuja principal intenção era permitir o aumento da exploração do espaço pela comunidade científica de todo o mundo. Esta especificação estabeleceu como padrão a arquitetura 1U composta por uma unidade cúbica com lados de 100 mm, mostrada na Fig. 1. Além desta, outros formatos foram definidos, como o 2U (duas unidades cúbicas), 3U, 4U, e diversas outras. O barramento interno para comunicação é também padronizado, o que permite intercâmbio de placas para as mais diversas finalidades. Existem disponíveis placas para suprimento de energia, com baterias e chaves de acionamento, sistemas de telemetria e telecomando, controle de atitude, estrutura, painéis solares, etc. As placas eletrônicas são estaqueadas, umas sobre as outras, e fixadas diretamente na estrutura cúbica (Puig-Suari, 2009).

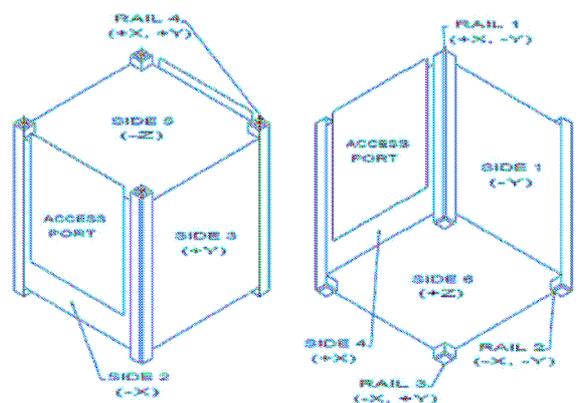


Figura 1- Padrão 1U de Cubesat (Fonte: Puig-Suari, 2009)

Os Cubesats são lançados por foguetes dotados de dispositivos específicos para a ejeção do satélite em órbita. Muitos são lançados como carga secundária, em lançamentos de satélites de maior peso, de forma a reduzir os custos de lançamento. A utilização do padrão Cubesat permite que o satélite seja lançado e liberado pelo sistema de colocação em órbita chamado PPOD (Poly Picosatellite Orbital Deployer), um dispositivo mecânico cuja função principal é proteger o veículo lançador e as cargas primárias de eventuais danos causados pela falha de um ou mais Cubesats. O dispositivo de liberação, por ser padronizado, também reduz o custo de lançamento por não necessitar de equipamentos específicos para cada satélite. Os PPODs são produzidos em diversas configurações, sendo o modelo MK2 (Fig. 2) o mais comum deles, que pode levar até três Cubesats de 1U, ou ainda quaisquer combinações que não excedam o volume de 3U.

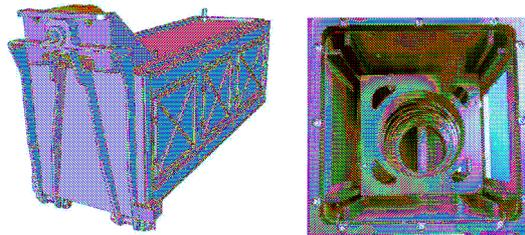


Figura 2- PPOD e seu mecanismo de ejeção

Criado com a função de mapear o campo magnético terrestre e a precipitação de partículas energéticas, o NBR-1, satélite da classe Cubesat de 1U, leva como carga útil, além de dois outros experimentos, um magnetômetro de três eixos. Os dados do magnetômetro deverão servir de base de comparação com o modelo IGRF (International Geomagnetic Reference Field) do campo geomagnético, auxiliando as pesquisas de validação do padrão matemático que descreve o campo magnético da Terra e suas variações seculares.

Para realizar a sua função é necessário que o satélite conheça sua orientação no espaço, também conhecida como atitude, que será abordada no capítulo seguinte. O satélite NBR-1 conta com um sistema simplificado de controle de atitude, que provê apenas a redução da velocidade angular do satélite com relação ao vetor do campo magnético terrestre. Numa órbita polar este vetor rotaciona duas vezes em relação a um sistema de coordenadas fixado à Terra, o que faz com que a velocidade angular mínima do satélite fique por volta de 720 graus a cada período orbital de 100 minutos, aproximadamente. O software de estimação de atitude e controle da velocidade angular será fornecido pelo próprio fabricante do satélite, sem, portanto, envolvimento da equipe brasileira. O segundo satélite da série, NBR-2, será do tipo 2U, e cujo programa embarcado de controle de atitude será desenvolvido e qualificado no país. Além disso, o sistema de controle deverá ser mais complexo, provendo o apontamento de uma das faces do satélite para a Terra. O objetivo deste trabalho, portanto, será realizar uma simulação de forma a validar os algoritmos de determinação de atitude a serem utilizados no NBR-2. As próximas seções descreverão, na ordem, as equações do movimento de atitude, do filtro de Kalman e sua versão estendida, a simulação e seus resultados e, finalmente, as principais conclusões extraídas dos resultados.

## 2 CINEMÁTICA E DINÂMICA DA ATITUDE

A orientação de um corpo no espaço é definida por um conjunto de parâmetros que permitem correlacionar, num instante de tempo qualquer, um sistema inercial em relação a

um sistema de coordenadas que gira com o corpo móvel. A essa correlação damos o nome de atitude (Hughes, 1986).

Há uma série de representações de atitude em uso, tais como ângulos de Euler, matrizes de rotação (conhecida como matriz de cossenos diretores ou matriz de atitude) e os quatérnios (Carrara, 2012).

A representação de atitude por meio de ângulos de Euler é considerada mínima, uma vez que utiliza apenas três parâmetros, ao passo que a matriz de rotação e o quatérnio são considerados não mínimos. Representações da atitude não mínimas possuem a vantagem de serem globalmente não singulares. No entanto, com frequência surgem problemas de ambiguidade causados pelo fato de se utilizar mais parâmetros do que o necessário para representar a atitude.

A representação em ângulos de Euler é comumente utilizada por permitir a visualização da atitude com relativa facilidade. Porém, devido às singularidades que podem ocorrer quando os ângulos são múltiplos de 90 graus (denominadas de gimbal lock), nem sempre é utilizada.

Os ângulos de Euler indicam um conjunto de 3 rotações sucessivas realizadas sobre os eixos cartesianos de forma a girar o sistema inercial até o alinhamento com o sistema fixado ao corpo móvel. Como cada ângulo estará associado a um determinado eixo, a combinação permite que se tenha 12 transformações distintas. A Fig. 3 apresenta a sequência de rotações 3-1-3, ou Z-X-Z, na qual utilizou-se os ângulos  $\varphi$ ,  $\theta$  e  $\psi$ .

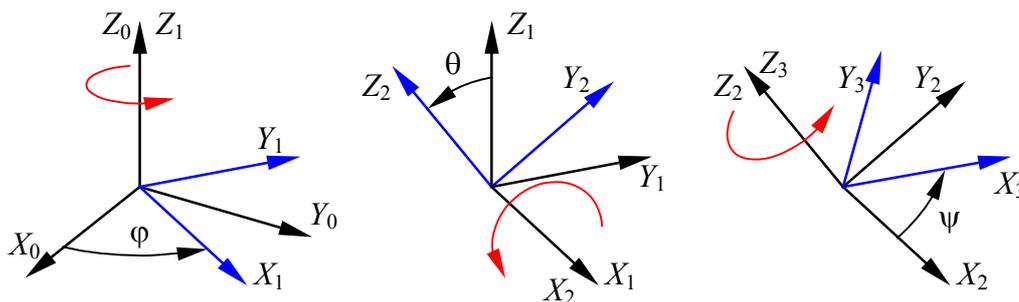


Figura 3 - Exemplo de rotação 3-1-3

As matrizes de rotação apresentam as componentes dos versores da base do sistema móvel em relação ao sistema inercial nas suas linhas. Na matriz, apenas três componentes são independentes, o que é desvantagem em relação às outras formas de representação de atitude.

Os quatérnios são uma extensão do conceito de números complexos em três dimensões e possuem quatro componentes: um vetor de três dimensões e um escalar. O módulo do quatérnio é obrigatoriamente unitário.

As matrizes de rotação apresentam as componentes dos versores da base do sistema móvel em relação ao sistema inercial nas suas linhas. Na matriz, apenas três componentes são independentes, o que é desvantagem em relação às outras formas de representação de atitude.

Os quatérnios são uma extensão do conceito de números complexos em três dimensões e possuem quatro componentes: um vetor de três dimensões e um escalar. O módulo do quatérnio é obrigatoriamente unitário. Eles são representados por  $\mathbf{q} = q_1 \mathbf{i} + q_2 \mathbf{j} + q_3 \mathbf{k} + q_4$ ,

com  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  e  $\mathbf{k}$  os versores da base, que representam números hipercomplexos que obedecem a  $\mathbf{i}^2 = \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = \mathbf{i j k} = -1$ .

A equação da cinemática do satélite escrita em termos de quatérnio é dada por

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y & \omega_x \\ -\omega_z & 0 & \omega_x & \omega_y \\ \omega_y & -\omega_x & 0 & \omega_z \\ -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z & 0 \end{pmatrix} \mathbf{q} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{q}, \quad (1)$$

onde  $\boldsymbol{\omega} = (\omega_x \ \omega_y \ \omega_z)^T$  é o vetor da velocidade angular do satélite em relação ao sistema inercial. A velocidade angular  $\boldsymbol{\omega}$  pode ser medida por sensores giroscópicos ou obtida por estimadores de estado. Nos satélites de baixo custo costuma-se utilizar giroscópios com tecnologia MEMS de tamanho reduzido, mas também de baixa precisão. Dependendo então dos requisitos de precisão no apontamento do satélite, pode-se decidir sobre a necessidade ou não de giroscópios. No presente momento ainda não se tem uma decisão sobre a utilização de giroscópios no satélite NBR2. Porém, independentemente de haver ou não giros a bordo, certamente será necessário implantar, adicionalmente, algoritmos no computador de bordo para estimar a velocidade angular em caso de falha do sensor. Neste caso, a velocidade angular será estimada por um Filtro de Kalman, a ser mostrado adiante.

Utilizou-se as equações diferenciais do movimento de um corpo rígido nas simulações, conhecidas como equações de Euler

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{I}^{-1} (\mathbf{N}_c - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega}), \quad (2)$$

onde  $\mathbf{I}$  é a matriz de inércia, considerada constante, e  $\mathbf{N}_c$  resulta dos torques de perturbações e de controle aplicados ao satélite (Wertz,1979).

A estimação da atitude pelo filtro de Kalman pode ser realizada considerando-se as medidas efetuadas pelos sensores ou então com base na atitude calculada a partir destas mesmas medidas. O primeiro método é mais complexo e pode apresentar instabilidades na convergência do filtro em virtude das linearizações necessárias do modelo que relacionam as medidas com os parâmetros estimados. O segundo método é mais simples, mas, requer um processamento realizado a bordo para determinar a atitude, isto é, para computar a atitude com base nas medidas dos sensores. Vários métodos existem para isso, e variam em função dos tipos de sensores utilizados. Como os satélites do tipo Cubesat usam geralmente sensores solares e magnéticos, que fornecem dois vetores no sistema fixado ao satélite, pode-se utilizar, entre outros, os métodos TRIAD ou QUEST na determinação da atitude (Carmi, 2008). Estes métodos montam dois sistemas de coordenadas usando, respectivamente, os vetores obtidos das medidas dos sensores no sistema fixado ao corpo, e as direções destes vetores computados a partir de modelos matemáticos que fornecem a direção do Sol e do campo geomagnético no local onde se encontra o satélite. A atitude decorre do produto entre os co-senos diretores dos dois sistemas de coordenadas. Salienta-se que o primeiro sistema é contaminado por ruídos provindos das medidas dos sensores, enquanto que o segundo padece de imperfeições dos modelos matemáticos.

Neste trabalho utiliza-se o método TRIAD para obter a matriz de atitude e, a partir desta, cria-se um vetor de atitude em quatérnio, o que contorna o problema da existência de singularidades inerentes à representação em ângulos de Euler.

### 3 FILTRO ESTENDIDO DE KALMAN

O filtro de Kalman é um instrumento fundamental para analisar e resolver uma ampla classe de problemas de estimação de parâmetros ou de variáveis de estado (McGee et al., 1985). Apesar do formalismo matemático do filtro de Kalman, uma quantidade substancial de conhecimento e experiência é necessária para desenvolver um algoritmo operacional. Um modelo matemático, tanto da dinâmica do estado como das incertezas é inerentemente incorporada na estrutura do filtro de Kalman. Descrever um modelo matemático adequado sobre o qual o filtro irá basear-se é o ponto crucial do problema de projeto. Além disso, o projeto deve atender às especificações de desempenho, explorando alternativas para alcançar um filtro simples, adicionando ou excluindo a complexidade do modelo de maneira a atender os resultados adequados. É de fundamental importância no processo de projeto a avaliação de desempenho real de forma a validar os erros, evitando que ocorra divergência do filtro. Além disso, precisão numérica e problemas de estabilidade podem danificar substancialmente o desempenho, especialmente quando o filtro é implementado num computador de bordo (Maybeck, 1979).

Tendo em vista que o filtro de Kalman em seu modelo mais simples foi criado para atender os problemas em sistemas lineares, foram desenvolvidas outras formas de estimação para sistemas não lineares, sendo uma delas a versão estendida do filtro de Kalman (EKF) que será apresentada neste artigo.

Especificamente o EKF é uma formulação que usa modelos dinâmicos não-lineares de plantas contínuas com sensores amostrados de maneira discreta. Este filtro será implementado em um computador digital. A natureza digital do microprocessador presta-se a funções discretas. Assim, a dinâmica do satélite e cinemática são aproximadas com equações não-lineares discretas e os sensores reais são sensores analógicos amostrados de maneira discreta. Na ausência de torques gerados pelo sistema de controle de atitude, pode-se desprezar os torques ambientais, em virtude de sua baixa magnitude. O vetor de estado é então definido como composto pelo quatérnio advindo da determinação da atitude e do vetor de velocidade angular do satélite:

$$\mathbf{x} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

cujas derivadas constituem as equações da dinâmica do filtro:

$$\dot{\mathbf{x}} \equiv \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{q} \\ \mathbf{I}^{-1} (\mathbf{I} \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega}) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

onde  $\mathbf{w}$  é o ruído branco que representa as somatórias das incertezas ligadas ao modelo, com covariância  $\mathbf{Q}$ . De outra forma, pode-se escrever  $\mathbf{w} = N(0, \mathbf{Q})$ .

O modelo de medidas é apresentado em tempo discreto, dado por  $\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k$ , onde  $\mathbf{y}_k$  é o vetor de medidas,  $\mathbf{H}_k$  é a matriz de correlação entre a medida e o estado e  $\mathbf{v}_k$  representa o ruído branco associado às incertezas das medidas, de covariância  $\mathbf{R}_k$ , ou seja,  $\mathbf{v}_k = N(0, \mathbf{R}_k)$ .

Para propagar o estado inicial para o próximo estado deve-se conhecer a matriz de transição  $\Phi_k$ , dada por  $\Phi_k = \exp(\mathbf{F})$ , onde  $\mathbf{F}$  é o Jacobiano da equação diferencial do estado, calculado por

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \mathbf{q}} & \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \boldsymbol{\omega}} \\ \frac{\partial \dot{\boldsymbol{\omega}}}{\partial \mathbf{q}} & \frac{\partial \dot{\boldsymbol{\omega}}}{\partial \boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Considerando que o sistema de coordenadas do satélite coincide com os eixos principais de inércia – é sempre possível efetuar uma transformação de coordenadas de forma a validar esta afirmação – então a matriz de inércia é diagonal, com momentos principais de inércia dados por  $I_x$ ,  $I_y$  e  $I_z$ , e desta forma o Jacobiano será dado por

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y & \omega_x & q_4 & -q_3 & q_2 \\ -\omega_z & 0 & \omega_x & \omega_y & q_3 & q_4 & -q_1 \\ \omega_y & -\omega_x & 0 & \omega_z & -q_2 & q_1 & q_4 \\ -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z & 0 & -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(I_y - I_z) \omega_z / I_x & 2(I_y - I_z) \omega_y / I_x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(I_z - I_x) \omega_z / I_y & 0 & 2(I_z - I_x) \omega_x / I_y \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(I_x - I_y) \omega_y / I_z & 2(I_x - I_y) \omega_x / I_z & 0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

A matriz de covariância  $\mathbf{P}_k$  passa a ser propagada pela equação

$$\dot{\mathbf{P}}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_k^T + \mathbf{P}_k \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k. \quad (7)$$

O próximo passo é calcular o ganho de Kalman  $\mathbf{K}_k$  por meio de

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1}, \quad (8)$$

onde  $\mathbf{P}_k^-$  é o valor da covariância no instante anterior, e atualizar a estimativa  $\hat{\mathbf{P}}_k$  da covariância por meio de

$$\hat{\mathbf{P}}_k = [\mathbf{I} - (\mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)] \mathbf{P}_k^-. \quad (9)$$

Desta forma obtêm-se a atualização da estimativa  $\hat{\mathbf{x}}_k$  do estado incluindo as novas medidas efetuadas no instante  $k$  por meio da relação.

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \bar{\mathbf{x}}_k). \quad (10)$$

Após a atualização deve-se projetar o estado e a covariância associada por meio de

$$\bar{\mathbf{P}}_{k+1}^- = \Phi_k \mathbf{P}_k \Phi_k^T + \mathbf{Q}_k. \quad (11)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_{k+1}^- = \Phi_k \hat{\mathbf{x}}_k. \quad (12)$$

onde  $\bar{\mathbf{P}}_{k+1}^-$  é a covariância e  $\bar{\mathbf{x}}_{k+1}^-$  é o estado projetado para o próximo instante.

## 4 SIMULAÇÃO

Para testar o filtro utilizou-se o ambiente de programação Matlab com as ferramentas de simulação de atitude do PROPAT (Carrara, 2009), para criar os seguintes itens: simulador de órbita, sensores, dinâmica e cinemática do satélite.

Utilizou-se os elementos keplerianos ( $a, e, i, \Omega, \omega, M$ ) para calcular o posicionamento do satélite. A Fig.4 mostra que a órbita do satélite NBR-2 deverá ser polar, definida pelos seguintes elementos keplerianos: o semi-eixo maior da órbita  $a = 7008155$  m, a excentricidade  $e = 0.01$ , a inclinação  $i = 98^\circ$ , a ascensão do nodo ascendente  $\Omega = 0$ , o argumento do perigeu  $\omega = 0$  e a anomalia média  $M = 0$ .

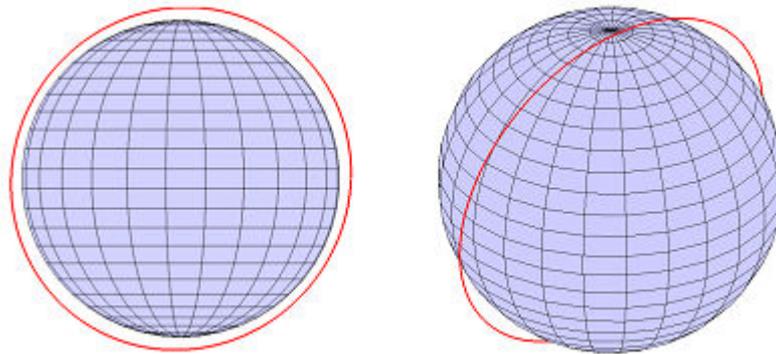


Figura 4 – Órbita prevista do NBR1

O modelo do magnetômetro implementado leva em consideração a posição do satélite relativo à Terra calculada pelo propagador orbital incluído no PROPAT. O modelo computacional IGRF11 (IGRF, 2014) do campo magnético terrestre foi utilizado para simular as leituras do magnetômetro. Este modelo foi originalmente codificado em Fortran e posteriormente convertido para Matlab para uso no PROPAT. Com a posição advinda do simulador de órbitas convertido para o sistema terrestre em coordenadas esféricas, tem-se a colatitude, longitude e altura do satélite. Desta forma, pode-se calcular o campo magnético através da função `igrf_field`. Após o cálculo, o campo magnético deve ser convertido para o sistema de referência do satélite, adicionado de um viés e de um ruído gaussiano para obter características próximas às encontradas no sistema real. Como características de viés ou bias, foi adicionado 2,5% no eixo x, -1,5% no eixo y e adicionado 1% no eixo z, de 200 mili-Gauss. As características do ruído gaussiano utilizados foram média zero e desvio padrão de 5% de 200 mili-Gauss.

Para simular o sensor solar é utilizada a posição do Sol no sistema geocêntrico inercial calculada pela função `sun` do pacote de ferramentas PROPAT, e posteriormente convertida para o sistema do satélite e adicionada a um ruído branco, com média zero e desvio padrão de

5% de 0,05 radianos, para simular as características reais do sensor. Neste caso devido à redundância de sensores solares no sistema considera-se que o mesmo não apresenta bias.

A dinâmica e cinemática do satélite são simuladas por meio da propagação dos estados por um integrador Runge Kutta de quarta ordem com passo de um segundo, sendo o tempo total de simulação igual ao tempo de uma órbita do satélite, que é igual a 6.000 segundos. Como o lançamento deste satélite será feito como carga auxiliar, não é possível garantir que o satélite terá a atitude e velocidade angular inicial estipuladas, e desta forma, para fins de simulação, estes parâmetros foram considerados nulos, sendo a pior condição de inicialização do filtro.

Os erros associados à estimação da atitude do satélite em ângulos de Euler são apresentados nas Figs. 5, 6 e 7. Tipicamente ficam abaixo de  $1^\circ$  em cada um dos eixos. A incerteza na estimativa do filtro fica dentro do limite dos erros reais; este fato é importante e mostra que a incerteza na estimativa realizada pelo filtro é uma representação exata do erro real do sensor.

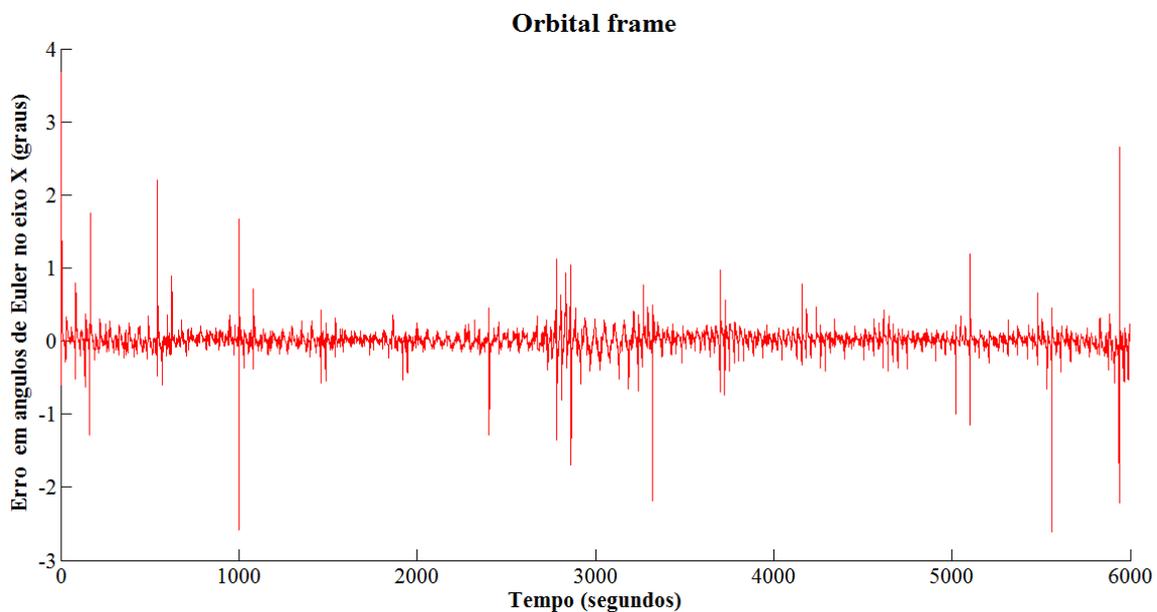


Figura 5 – Erro na estimativa da atitude do satélite (eixo X)

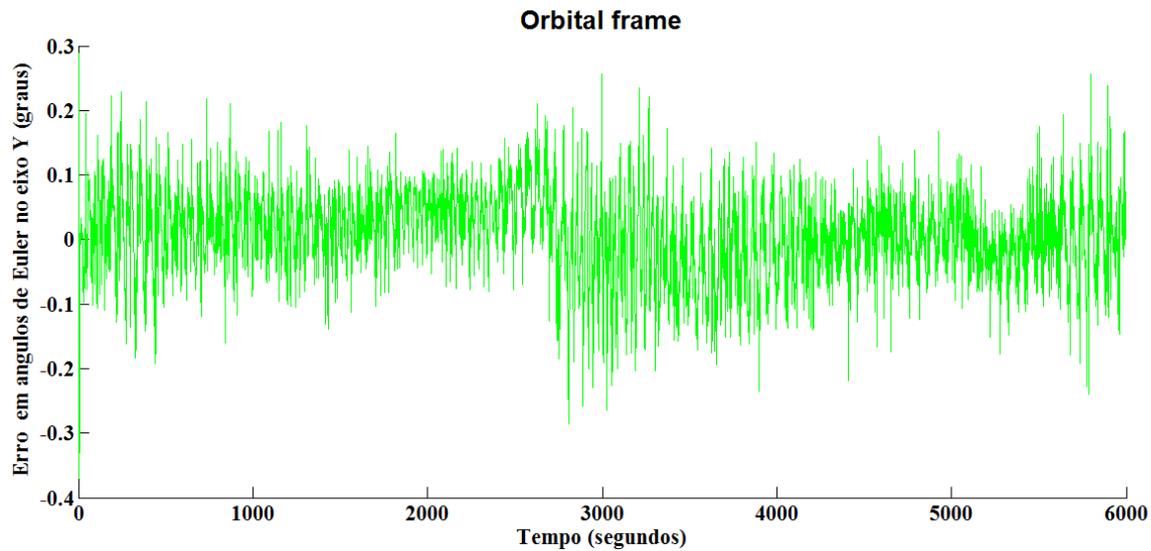


Figura 6 – Erro na estimativa da atitude do satélite (eixo Y)

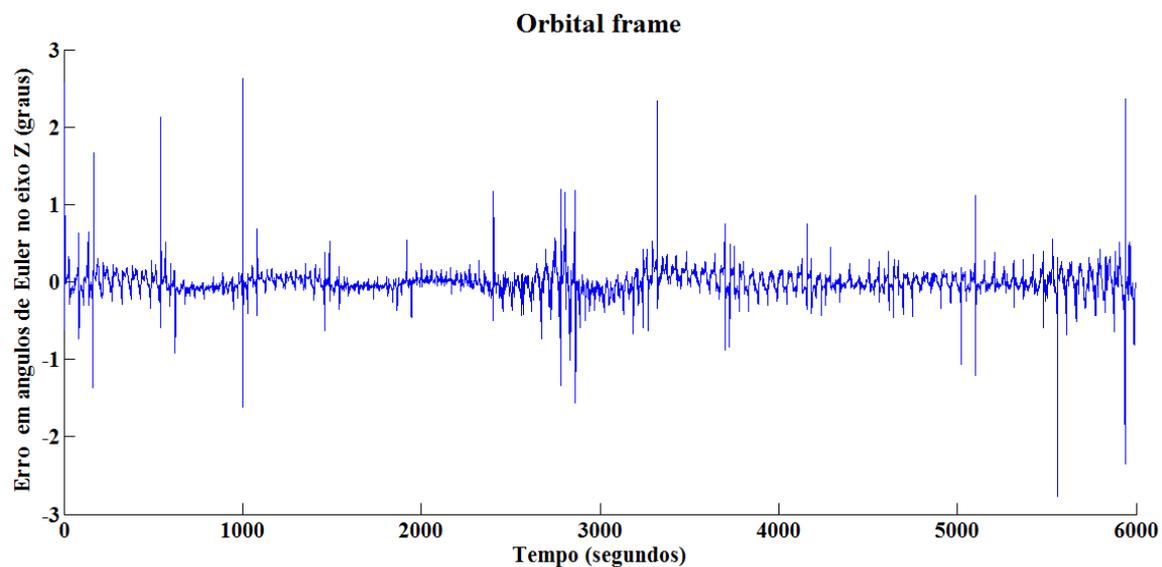
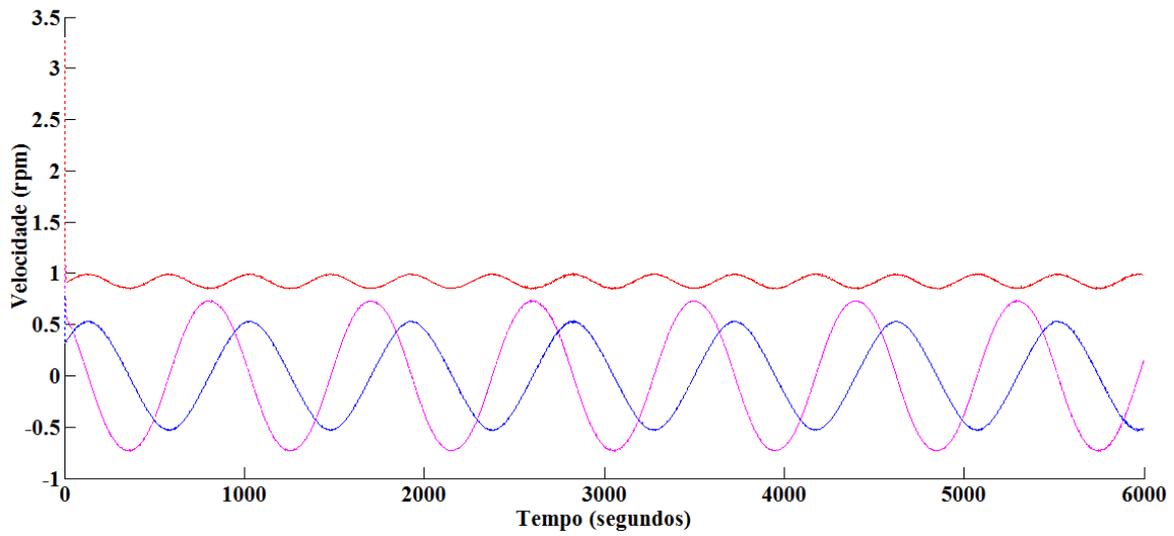


Figura 7 – Erro na estimativa da atitude do satélite (eixo Z)

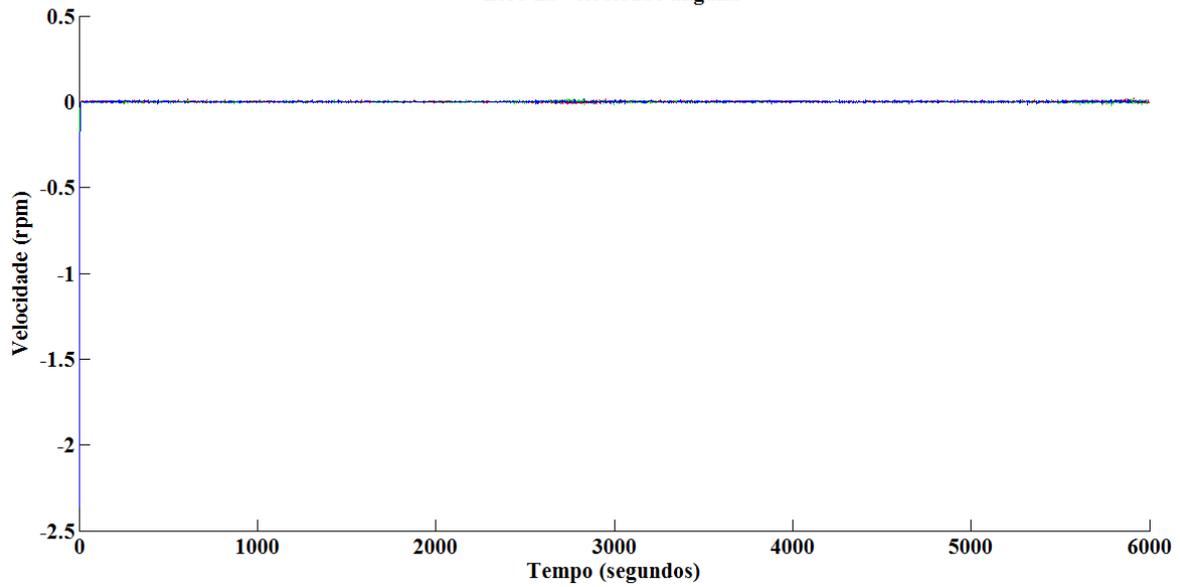
Dado que a atitude do satélite depende da velocidade angular, é necessário verificar seu comportamento. A velocidade angular estimada, e a diferença entre a velocidade real e a estimada são mostradas nas Figs. 8 e 9 respectivamente. A convergência do filtro é mostrada na Fig. 10, com tempo de simulação de 20 segundos, onde é possível verificar que o erro inicial de estimação da velocidade angular é de 2,4 rpm e o tempo de convergência é de 16 segundos até atingir 5% (0,12rpm) do erro máximo. Em regime permanente o sistema opera com erros na velocidade angular melhor que 0,01 rpm, mostrados na Fig. 11.

**Velocidade angular estimada pelo filtro de Kalman**



**Figura 8 –Velocidade angular**

**Erro na velocidade angular**



**Figura 9 – Erro na estimativa da velocidade angular**

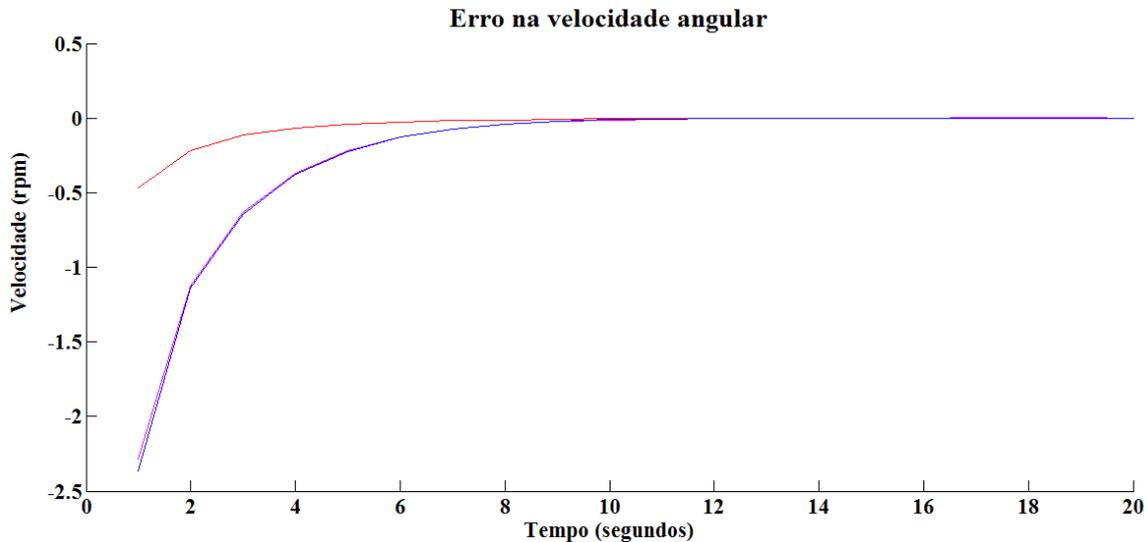


Figura 10 – Erro na estimativa da velocidade angular

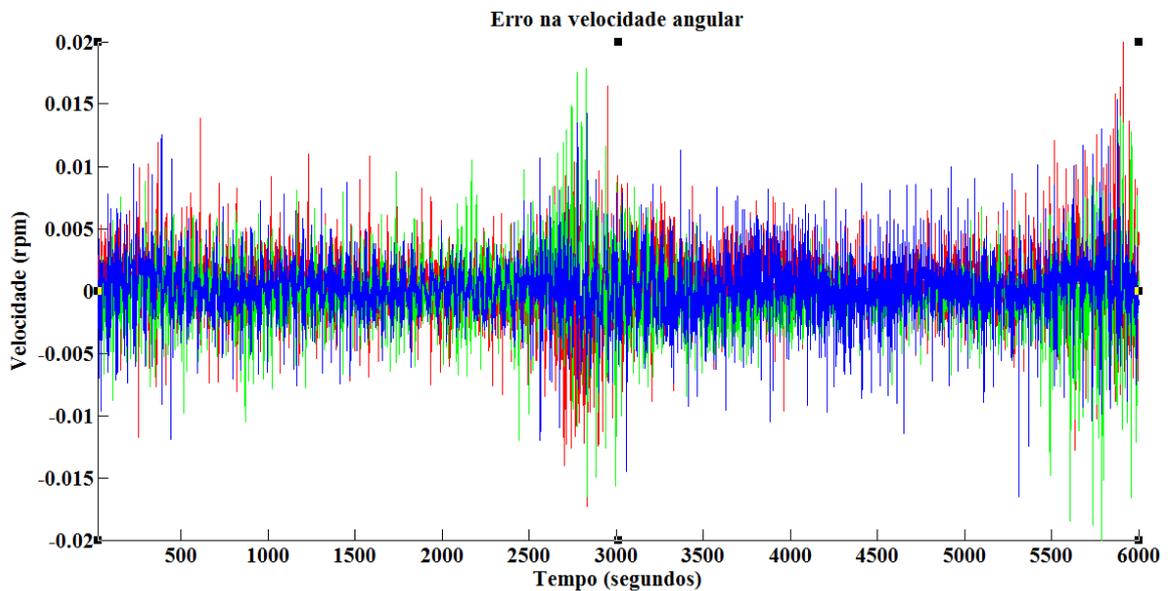


Figura 11 – Erro na estimativa da velocidade angular em regime

## 5 CONCLUSÕES

Este artigo apresentou o desenvolvimento de um filtro de Kalman para utilização em um simulador de atitude do satélite NBR1. O filtro demonstrou que é possível utilizar dados do magnetômetro e dos sensores solares para gerar a atitude do satélite, com erros de velocidade angular menor que 0.01rpm e erros de atitude menor que 1°.

Durante o desenvolvimento foi necessário testar várias abordagens do filtro de Kalman. Em um primeiro teste, desconsiderou-se a parte não linear, mas o filtro não apresentou convergência. Numa segunda tentativa utilizou-se o filtro com covariância reduzida, o que levou a um método semelhante àquele utilizado por Lefferts et al (1982), porém foi difícil ajustar os valores para a matriz de ruído. Na terceira tentativa programou-se o filtro de

Kalman em sua versão estendida, o que provou ser uma solução viável e que apresentou resultados satisfatórios, passível de ser implementada em simuladores de satélites e programas embarcados de determinação de atitude.

Desta forma considerou-se que os modelos aqui apresentados foram considerados viáveis, pois apresentam características que são esperadas para o sistema real a ser implantado em um computador de bordo no satélite NBR2 ainda em desenvolvimento.

## REFERÊNCIAS

- Carmi, A. Sequential Monte Carlo Methods for Spacecraft Attitude and Angular Rate Estimation from Vector Observations, PhD. Thesis, Instituto de Tecnologia de Israel, 2008.
- Carrara, V. Cinemática e dinâmica de satélites artificiais. São José dos Campos, INPE, 2012. 111 p. (sid.inpe.br/mtc-m19/2012/01.26.19.13-PUD). <<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3B96GD8>>.
- Carrara, V. PROPAT Satellite Attitude and Orbit Toolbox for Matlab. São José dos Campos, INPE, 2009. Disponível em: <http://www2.dem.inpe.br/val/projetos/propat/>
- Hughes, P. C. Spacecraft Attitude Dynamics. Mineola: Dover, 1986.
- IGRF – International Geomagnetic Reference Field. IAGA Division V-MOD Geomagnetic Field Modeling, 2011. <<http://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/igrf.html>> Acesso em: 7 de julho de 2014.
- Lefferts, E. J.; Markley, F. L. ; Shuster, M. D. Kalman filtering for spacecraft attitude estimation. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 5, No. 5, 1982, pp. 417-429. DOI: 10.2514/3.56190.
- Maybeck, P. S. Stochastic Models, Estimation and Control. Vol. 1, Academic Press, 1979.
- McGee, L. A.; Schmidt, S. F. Discovery of the Kalman filter as a practical tool for aerospace and industry, NASA Technical Memorandum 86847, 1985.
- Puig-Suari, J. Cubesat Design Specification Revision 12. California, 2009 .
- Wertz, J. R. Spacecraft attitude determination and control. D. Reidel Publishing, 1978.