

CALIBRAÇÃO DE BOBINAS DE HELMHOLTZ PARA APLICAÇÃO ESPACIAL UTILIZANDO FILTRAGEM COM MÍNIMOS QUADRADOS

Danilo Anderson de Oliveira, Valdemir Carrara e Hélio Koiti Kuga

Resumo—Conjuntos de bobinas de Helmholtz com três eixos ortogonais são amplamente empregados em situações que requerem geração de campo magnético de magnitude e direção controladas, e encontram aplicações em instrumentação, calibração de sensores, fabricação e testes de instrumentos de medição magnética e sistemas de desmagnetização. Mesmo utilizando modelos matemáticos para o cálculo do campo, as bobinas podem sofrer interferência eletromagnética do ambiente em que se encontram, tornando-se necessário o uso de técnicas de estimação de parâmetros para filtragem de dados dos parâmetros do modelo. Como o sistema é estático, ou seja, o campo gerado no interior das bobinas é constante, utilizou-se o estimador de mínimos quadrados com o objetivo de encontrar o melhor ajuste para o conjunto de dados e minimizar os erros. Este trabalho apresenta o projeto da eletrônica de controle e estabilização da corrente no conjunto de bobinas de Helmholtz, construídas com o propósito de validar um sistema de determinação de atitude para satélites, junto com o processo de calibração. Foram comparados os dados do modelo do campo magnético e os dados ajustados do magnetômetro, realizando o ajuste na malha de controle da corrente elétrica nas bobinas, de forma a otimizar o processo de calibração.

Palavras-chave: Bobina de Helmholtz, Mínimos Quadrados, Campo Magnético.

Abstract— Helmholtz coils with three orthogonal axes are widely used in situations that require generation of magnetic field with magnitude and direction control, and can be applied in instrumentation, sensor calibration, manufacturing and testing of measuring instruments and magnetic degaussing systems. Since the coils are subject to electromagnetic interference from the environment, capable of introducing noise and deviations in the magnetometer measurements during the calibration process, it is necessary to use parameter estimation techniques for data filtering of model parameters. Since the system is static, that is, the magnetic field generated by the coils is constant, a least squares estimator was employed, in order to find the best fit to the data and to minimize the errors. This paper presents the design of electronic control and stabilization of a Helmholtz set of coils that will be used to validate a satellite attitude determination system, along with the calibration process. The magnetic measurements were compared with the mathematical model, in order to allow adjustments in the current control loop and to optimize the calibration process.

Keywords: Helmholtz Coil, Least Squares, Magnetic Field.

Danilo Anderson de Oliveira, Valdemir Carrara e Hélio Koiti Kuga.
Departamento de Mecânica Espacial e Controle, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São Paulo, Brasil, E-mails:
danilo_dasors@yahoo.com.br, val@dem.inpe.br, hkk@dem.inpe.br

I. INTRODUÇÃO

Bobinas de Helmholtz, idealizadas por Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz, são amplamente empregadas em situações que requerem a geração de campo magnético de magnitude e direção controladas, sendo usualmente empregada em instrumentação, calibração de sensores, testes de equipamentos e sistemas de desmagnetização.

As bobinas consistem de enrolamentos normalmente circulares, mas podem variar suas características como formato, dimensões e capacidade, dependendo das aplicações e projetos em que serão utilizadas.

Visando atender as necessidades do Laboratório de Simulação da Divisão de Mecânica Espacial e Controle do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), este projeto consiste no desenvolvimento de um sistema de controle de campo magnético de bobinas de Helmholtz, de formato cúbico com 3 eixos ortogonais, para simulação do campo magnético terrestre no ambiente espacial. O conjunto será usado na calibração e testes de sensores e atuadores magnéticos, simulação de sistemas embarcados de controle de atitude e validação de algoritmos de simulação. Uma das características do conjunto de bobinas é a presença de uma região central de campo uniforme quando as bobinas são alimentadas por uma corrente elétrica constante e estabilizada. A corrente necessária para gerar o campo magnético no centro do conjunto é fornecida por uma fonte de corrente controlada por tensão utilizando um sinal de referência vindo de um micro-controlador. O circuito eletrônico fornece uma corrente elétrica estabilizada com amplitude e precisão que atende as características da bobina e as especificações do projeto.

Contudo, antes que o conjunto de bobinas possa ser utilizado na geração de campos controlados, é necessário efetuar uma calibração do sistema, de forma a se estabelecer uma correspondência entre a corrente elétrica aplicada nas bobinas e o campo efetivamente gerado. Por se tratar de um sistema estático onde o campo magnético gerado no interior da bobina é constante, o método utilizado é o estimador de mínimos quadrados em lotes, com o objetivo de encontrar o melhor ajuste para os dados e minimizar os erros.

Esse trabalho abordará uma análise do projeto da eletrônica, os modelos do campo magnético, e o processo de calibração e acionamento das bobinas.

II. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A intensidade do campo magnético na superfície da Terra varia de menos de 300 mG (milli-Gauss), numa área que inclui a maioria da América do Sul e África Meridional, até acima de 600 mG ao redor dos pólos magnéticos. No ambiente espacial a intensidade máxima do campo é ligeiramente inferior a 600 mG [1]. Considerando estas características do campo magnético terrestre, um dos requisitos deste projeto é a geração de campos magnéticos de até 1200 mG, para que se possa compensar o campo magnético terrestre e gerar campos de até 600mG em qualquer direção e sentido no interior das bobinas, com uma precisão de 1,5 mG.

O conjunto de bobinas de Helmholtz utilizado neste trabalho possui duas bobinas por eixo, com dois enrolamentos com 25 espiras em cada bobina, posicionadas paralelamente nos três eixos, dando-lhe o formato de um cubo, cujo projeto encontra-se em [2]. A Figura 1 ilustra o conjunto de bobinas.

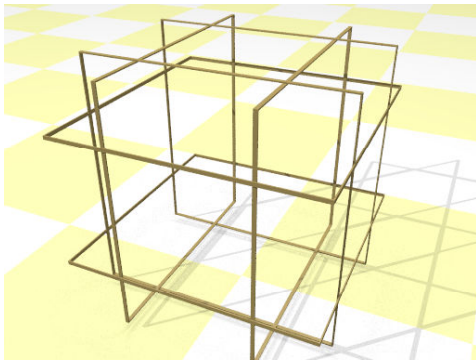


Fig 1. Representação da montagem do conjunto de bobinas

As bobinas sobre o eixo X possuem dimensões de 1046 mm por 1046 mm estão separadas a uma distância 565 mm; as do eixo Y possuem 1025 mm por 1025 mm com espaçamento de 555 mm, e as do eixo Z tem dimensões de 1072 mm por 1072 mm separadas por uma distância de 585 mm. As características das bobinas podem ser vistas na Tabela I.

TABELA I
CARACTERÍSTICAS DAS BOBINAS

| Característica | Unidade | Valor |
|--|---------|------------|
| Bitola | | 15 |
| Diâmetro do fio nu | mm | 1,450 |
| Diâmetro com esmalte | mm | 1,509 |
| Densidade do fio | m/kg | 68 |
| Número de espiras por enrolamento | | 25 |
| Comprimento do fio por enrolamento | m | 100 |
| Resistência máxima de cada enrolamento | Ohm | 1,066 |
| Massa de cobre de cada enrolamento | kg | 1,47 |
| Seção quadrada | mm | 15,1 x 7,6 |
| Número de espiras por camada | | 10 |
| Número de camadas | | 5 |
| Número de enrolamentos por bobina | | 2 |

Campos magnéticos surgem em torno de condutores ao se fluir uma corrente elétrica por eles. Para o cálculo do campo no interior do conjunto bobinas, modelou-se inicialmente o campo gerado por um condutor fino, reto e finito, representado na Figura 2. Pode-se dizer que o módulo da densidade de fluxo magnético $d\mathbf{B}$, produzido no ponto P por um elemento de comprimento infinitesimal $d\mathbf{l}$, conduzindo corrente I a uma distância r é dado pela equação de Biot-Savart

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{4 \pi r^3}, \quad (1)$$

onde μ é a permeabilidade do campo magnético no meio em que o ponto se encontra.

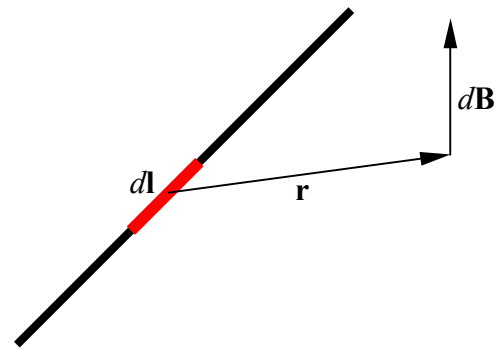


Fig 2. Campo $d\mathbf{B}$ gerado pela corrente passando pelo elemento $d\mathbf{l}$.

Definindo-se um sistema de eixos com centro na metade do comprimento do fio, como mostra a Figura 3, e considerando a distância a como uma projeção da distância r no plano XY , pode-se mover o elemento dl ao longo do comprimento do fio de $-c$ a c (Figura 4) obtendo um ângulo α que varia de $\pi - \nu_2$ à ν_1 . Re-escrevendo-se a Equação 1 em função de α obtém-se [3]

$$dB = \frac{\mu I dl \sin \alpha}{4 \pi r^2} \quad (2)$$

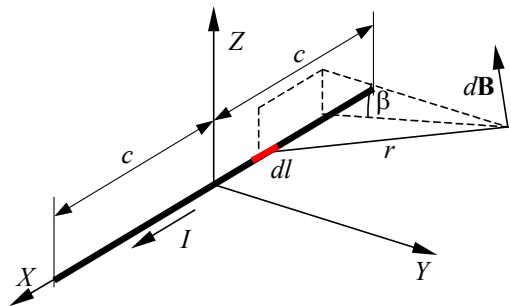


Fig 3. Condutor produzindo um campo $d\mathbf{B}$ com coordenadas de referência no centro do condutor.

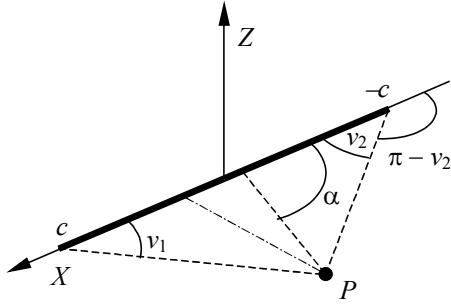


Fig 4. Ponto de leitura do campo magnético P dado um elemento dl projetado no plano XY .

A distância a é dada por

$$a = \sqrt{z_p^2 + y_p^2} . \quad (3)$$

Integrando a Equação 2 tem-se que

$$B = \frac{\mu I}{4\pi} \int_{-c}^c \frac{\sin \alpha dl}{r^2} , \quad (4)$$

e analisando a Figura 4 pode-se dizer que

$$r d\alpha = a \quad (5)$$

$$\sin \alpha dl = r d\alpha \quad (6)$$

$$\cos(\pi - v_2) = -\frac{c + x_p}{\sqrt{z_p^2 + y_p^2 + (c + x_p)^2}} \quad (7)$$

$$\cos(v_1) = \frac{c - x_p}{\sqrt{z_p^2 + y_p^2 + (c - x_p)^2}} \quad (8)$$

Admitindo-se que o ângulo α varia de $(\pi - v_2)$ à v_1 e fazendo as devidas substituições, pode-se reescrever a Equação 2 na forma

$$B = \frac{\mu I}{4\pi} \int_{\pi-v_2}^{v_1} \frac{r d\alpha}{r^2} = \frac{\mu I}{4\pi} \int_{\pi-v_2}^{v_1} \frac{d\alpha}{r} , \quad (9)$$

e, multiplicando por $\sin \alpha$ o numerador e o denominador da Equação 9, obtém-se

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu I}{4\pi} \int_{\pi-v_2}^{v_1} \frac{\sin \alpha d\alpha}{\sin \alpha r} = \frac{\mu I}{4\pi} \int_{\pi-v_2}^{v_1} \frac{\sin \alpha d\alpha}{\sqrt{z_p^2 + y_p^2}} \\ &= \frac{\mu I}{4\pi \sqrt{z_p^2 + y_p^2}} [\cos(\pi - v_2) - \cos(v_1)] \end{aligned} \quad (10)$$

Substituindo-se a Equação 7 e Equação 8 na Equação 10 tem-se que

$$B = -\frac{\mu I}{4\pi \sqrt{z_p^2 + y_p^2}} \left[\frac{c + x_p}{\sqrt{z_p^2 + y_p^2 + (c + x_p)^2}} + \frac{c - x_p}{\sqrt{z_p^2 + y_p^2 + (c - x_p)^2}} \right] , \quad (11)$$

na qual (x_p, y_p, z_p) representa a posição de P nos sistema XYZ . Uma vez que a corrente flui na direção positiva do eixo X , o vetor densidade de campo magnético B possui componentes nas direções Y e Z . Portanto, analisando a Figura 1 tem-se que

$$B_x = 0 , \quad (12)$$

$$B_y = B \cos \beta = B \frac{y_p^2}{\sqrt{y_p^2 + z_p^2}} , \quad (13)$$

$$B_z = B \cos \beta = B \frac{z_p^2}{\sqrt{y_p^2 + z_p^2}} . \quad (14)$$

O vetor campo magnético é dado por

$$\mathbf{B} = B_x \hat{\mathbf{i}} + B_y \hat{\mathbf{j}} + B_z \hat{\mathbf{k}} . \quad (15)$$

Considerando que cada bobina do conjunto é formada por quatro condutores retos finitos formando um quadrado e posicionando os eixos de referência XYZ no centro do conjunto de bobinas, nota-se na Figura 1 que o conjunto de bobinas de Helmholtz é formado por 24 condutores, sendo 8 paralelos a cada eixo. A Equação 11 apresenta o módulo do campo para o condutor paralelo ao eixo X , e pode-se reescrever para cada um dos eixos como

$$B_x = -\frac{\mu I}{4\pi \sqrt{z_p^2 + y_p^2}} \quad (16)$$

$$\left[\frac{c + x_p}{\sqrt{z_p^2 + y_p^2 + (c + x_p)^2}} + \frac{c - x_p}{\sqrt{z_p^2 + y_p^2 + (c - x_p)^2}} \right] ,$$

$$B_y = -\frac{\mu I}{4\pi \sqrt{x_p^2 + z_p^2}} \quad (17)$$

$$\left[\frac{c + y_p}{\sqrt{x_p^2 + z_p^2 + (c + y_p)^2}} + \frac{c - y_p}{\sqrt{x_p^2 + z_p^2 + (c - y_p)^2}} \right] ,$$

$$B_z = -\frac{\mu I}{4\pi \sqrt{x_p^2 + y_p^2}} \quad (18)$$

$$\left[\frac{c + z_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + (c + z_p)^2}} + \frac{c - z_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + (c - z_p)^2}} \right] .$$

Uma vez que cada aresta das bobinas não varia em suas dimensões nem posição, pode-se dizer que o campo magnético é igual ao produto da corrente por uma constante K :

$$B = I K \quad (19)$$

Desta forma o campo magnético resultante num ponto da bobina é dado pela a somatória de todos os campos gerados por cada condutor, ou seja,

$$\mathbf{B} = \sum_{i=1}^{24} \mathbf{B}_i . \quad (20)$$

Considerando a origem das coordenadas X, Y e Z no centro do conjunto de bobinas e realizando a leitura ao longo de cada eixo de simetria, pode-se observar na Figura 5 a simulação da variação do campo entre as bobinas e a região de campo uniforme. Nesta simulação empregou-se uma corrente de 2 A em cada um dos eixos. A diferença no valor do campo gerado deve-se às dimensões das bobinas, pois a bobina X é interna e gera o maior campo. A bobina Z é a externa e produz o menor valor para o campo.

Para se estimar o comportamento do campo gerado pelas bobinas em função da corrente, utilizou-se o método dos Mínimos Quadrados na calibração do sistema. Este método procura encontrar o melhor ajuste para um conjunto de dados através da minimização de uma função custo do quadrado dos resíduos [4], podendo ser escrita na forma vetorial como

$$L = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|_{\mathbf{W}}^2, \quad (21)$$

onde \mathbf{y} é o vetor que contém m medidas do campo magnético, \mathbf{x} é o vetor de n parâmetros a serem estimados, que são as constantes que relacionam a corrente a ser aplicada em cada bobina com o campo gerado, e $\|\cdot\|_{\mathbf{W}}$ é a norma ponderada do vetor \mathbf{z} . \mathbf{H} é a matriz que relaciona as medidas aos parâmetros e \mathbf{W} é a matriz que pondera os diferentes tipos de erros, incluindo os de medida do magnetômetro:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_2^2} & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_m^2} \end{bmatrix}, \quad (22)$$

onde σ_i é o desvio padrão da medida i , e foi considerado igual a 1 para as medidas realizadas.

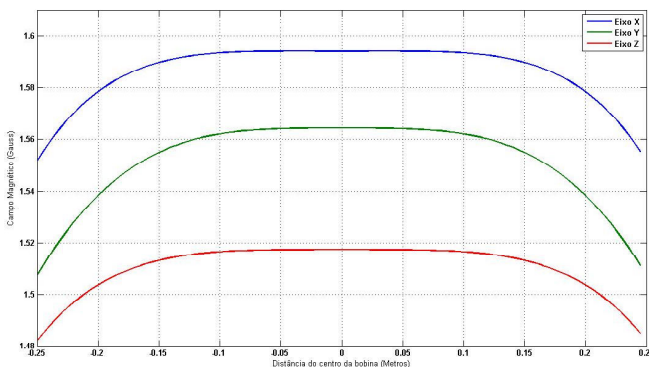


Fig 5. Simulação do campo gerado entre bobinas ao longo do eixo de simetria

Uma maneira de processar os dados é utilizando o processamento em lotes. A solução clássica de mínimos quadrados é dada por

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{H}' \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}' \mathbf{W} \mathbf{y}. \quad (23)$$

onde $\hat{\mathbf{x}}$ é o vetor de parâmetros do modelo estimado.

III. PROJETO

Para o acionamento das bobinas desenvolveu-se uma eletrônica que fornece a corrente elétrica necessária para a geração do campo magnético solicitado a partir de uma tensão de referência. Essa fonte de corrente consiste basicamente num controlador PI ligado à base de um Mosfet IRFZ44, onde um subtrator verifica o erro entre a tensão no resistor sensor (V_{sensor}) e a tensão de referência (V_{sp}), dentro da malha de

controle PI, que utiliza amplificadores operacionais. O diagrama simplificado pode ser observado na Figura 6.

Sistemas de controle realimentados apresentam uma relação de comparação entre um sinal de referência e a saída, onde a diferença entre eles é utilizada como sinal para o atuador na malha de controle. O sistema tenta agir de maneira a reduzir a diferença, ou sinal de erro, mesmo na presença de distúrbios não previsíveis [5]. Este tipo de controlador é usado principalmente em sistemas onde não é conhecido o modelo da planta, e portanto, métodos analíticos não podem ser utilizados.

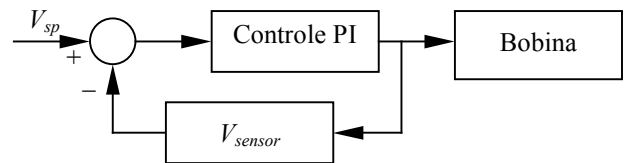


Fig 6. Diagrama simplificado da eletrônica de controle das bobinas.

A corrente que passa pela bobina obedece a relação

$$I = \frac{A V_{sp}}{R_{sensor}} \quad (24)$$

onde R_{sensor} é a resistência ligada em série com a bobina, A é o ganho do valor da tensão V_{sensor} , e V_{sp} é a tensão de referência aplicada no circuito, fornecida por um sinal PWM com precisão de 16 bits de um micro-controlador 8051F020DK, passando por um filtro passa-baixa.

Testes realizados com uma versão preliminar da fonte de corrente mostraram um erro RMS de 17,72 mA.

Os valores de corrente aplicados e os medidos podem ser observados na Tabela II, para o qual foi utilizado um multímetro digital nas leituras da corrente.

TABELA II
COMPARAÇÃO ENTRE CORRENTES COMANDADAS E CORRENTES MEDIDAS

| Corrente Solicitada (mA) | Corrente Gerada (mA) |
|--------------------------|----------------------|
| 178,57 | 163,27 |
| 525,51 | 542,86 |
| 696,94 | 744,90 |
| 1040,82 | 1110,20 |
| 1371,43 | 1357,14 |

Uma vez que a eletrônica fornece a corrente para a bobina, desenvolveu-se um programa que permitisse ao usuário indicar o campo magnético a ser gerado, pela sua magnitude, direção e sentido. O programa calcula a tensão de referência V_{sp} a ser aplicada em cada bobina utilizando os modelos matemáticos vistos anteriormente, e envia o valor da tensão ao micro-controlador 8051 via interface serial RS232, que aciona as bobinas com o valor da tensão por meio de PWM.

IV. RESULTADOS OBTIDOS

Com o início dos testes de operacionalidade, comparou-se o modelo matemático para a geração do campo magnético com

os dados reais obtidos no interior da bobina que foram medidas usando o magnetômetro HMR2300 (Honeywell [6]). Este magnetômetro (ilustrado na Figura 7) apresenta uma resolução de 16 bits nos três eixos, fundo de escala de $\pm 2\text{G}$, resolução melhor que 70micro-G , precisão aumentada para fundo de escala de $\pm 1\text{G}$, e comunica-se por meio de uma interface serial RS232 com o programa de controle.



Fig 6. Magnetômetro HMR 2300 da Honeywell [6].

No processo de ajuste de curva, primeiramente posicionou-se o magnetômetro na região central do conjunto, com as bobinas desligadas, para se medir o campo geomagnético local. Todos os dados posteriormente medidos foram subtraídos desse campo local.

Em seguida, utilizando-se o modelo matemático como referência, variou-se a corrente das bobinas alinhadas com o eixo Z gradativamente em $0,073\text{A}$ a cada cinco segundos, o que permitiu construir o gráfico da Figura 7, onde se observa o modelo linear (curva cheia) ajustado a partir das medidas do magnetômetro (pontos vermelhos). O erro RMS dos dados encontrados foi de aproximadamente $18,48\text{ mG}$.

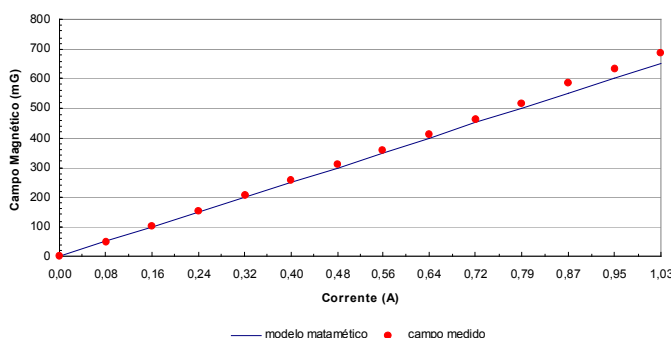


Fig 7. Gráfico com os dados do modelo e os medidos pelo magnetômetro

Com os dados obtidos do magnetômetro, aplicou-se o método de Mínimos Quadrados por Lote (MQL) para ajustar o modelo linear com uma constante K de $630,80\text{ mG/A}$ (no modelo matemático) para $683,64 \pm 4,19\text{ mG/A}$, e uma nova constante C de $6,33 \pm 2,54\text{ mG}$, sendo que a Equação 19 fica da forma.

$$B = IK + C. \quad (26)$$

A nova curva pode ser observada na Figura 8, incluindo as curvas com variação de um desvio padrão. O erro RMS para os dados obtidos foi de $13,71\text{ mG}$, que resulta numa melhora de $25,83\%$ na precisão da bobina.

V. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um projeto para gerar campos magnéticos controlados em bobinas de Helmholtz por meio de uma eletrônica para controle da corrente nas bobinas. Foram descritos modelos matemáticos para cálculo da corrente a ser aplicada, descrição sucinta do projeto eletrônico, e implementação de um programa de controle que permite o acionamento das bobinas e a posterior calibração, para ser utilizado em testes e simulações que venham a ser realizadas no Laboratório de Simulação da Divisão de Mecânica Espacial e Controle do INPE.

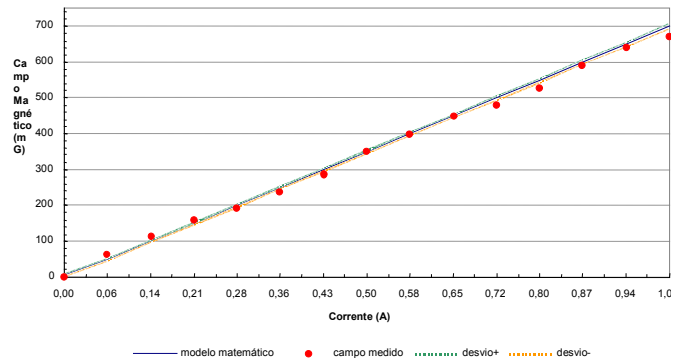


Fig 8. Gráfico com os dados do MQL e os medidos pelo magnetômetro

O modelo matemático para a geração do campo magnético considera as características das bobinas tais como dimensão, número de espiras e posição ao centro de referência. O campo gerado a partir do modelo foi medido utilizando um magnetômetro posicionado no interior do conjunto de bobinas. Com os dados obtidos pelo magnetômetro verificou-se a diferença entre o campo solicitado e o campo efetivamente gerado, aplicando-se o método de MQL para ajustar a curva de resposta das bobinas para gerar campos controlados com maior precisão. Esta técnica foi incorporada no programa de controle para tornar o processo de calibração automatizado.

O erro RMS do modelo, quando comparado com os dados do magnetômetro, foi de aproximadamente $18,48\text{ mG}$, enquanto o erro RMS após a aplicação do MQL foi de aproximadamente $13,71\text{ mG}$, uma melhora de $25,84\%$. Notar que a precisão na geração do campo é melhor para baixas correntes, ou seja, os campos magnéticos até 300mG , típicos de satélites de órbita baixa (até 600km) serão gerados com precisão compatível com os modelos existentes.

Como os testes foram realizados apenas sobre as bobinas alinhadas sobre o eixo Z, na sequência serão aplicados os sistemas de controle aos outros dois eixos do conjunto, além do estudo de novas técnicas de calibração, uma vez que o campo gerado por uma bobina gera componentes do campo nas outras direções.

O experimento em 3D aponta na direção de calibração conjunta em 3 eixos, possivelmente aumentando a complexidade no ajuste dos parâmetros do modelo, que embutirão erros de desalinhamento (não-ortogonalidade dos eixos), fatores de escala, vieses, e termos de acoplamento não considerados. Por projeto o campo no centro de geométrico das bobinas deve ser uniforme dentro de um cubo aproximado de $10 \times 10 \times 10 \text{ cm}^3$, com precisão melhor que 1%. Portanto, outro desafio será estabelecer o volume útil em que o campo se comporta uniformemente, de modo a permitir a simulação do ambiente geomagnético espacial, e em consequência, testes de sistemas de controle de atitude baseados em atuadores magnéticos.

REFERÊNCIAS

- [1] Wertz, J.R., *Spacecraft Attitude Determination and Control*. Kluwer Academic Publishers, London, England, 1978.
- [2] Carrara, V., *Projeto de bobinas magnéticas para uso em satélites*. 2th Brazilian Conference on Eletromagnetics, Ouro Preto, Brazil, 1996.
- [3] Giffits, D.J., *Introduction to Electrodynamics*. Prentice Hall, 3rd ed, New Jersey, United States of America., 1999.
- [4] Maybeck, P.S., *Stochastic models, estimation and control*. Academic Press, Vol.1, London, England, 1979.
- [5] Ogata, K. *State Space Analysis of Control systems*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1967.
- [6] Honeywell, *Datasheet HMR2300 Smart Digital Magnetometer*. Honeywell International Inc, 1997.