# Comparação experimental entre formas de controle de atitude com rodas de reação

Valdemir Carrara

Resumo- Sistemas de controle de atitude de satélites são normalmente projetados com base em técnicas oriundas do controle moderno, as quais assumem que planta, sensores e atuadores possuam comportamento linear. Uma roda de reação é um atuador que produz um torque como função da corrente elétrica aplicada a um motor sem escovas. Idealmente este torque deveria ser proporcional à corrente, porém atritos dinâmicos e secos presentes no mancal fazem com que o torque gerado dependa da própria velocidade angular da roda, principalmente em baixas velocidades, próximas a zero. Estas não linearidades tornam-se ainda mais relevantes quando se considera que as rodas são projetadas para girar em ambos os sentidos, fazendo com que o erro do controlador aumente significativamente quando ocorre a inversão no sentido da velocidade. Neste trabalho apresentam-se resultados de testes experimentais do controle de orientação de uma plataforma com mancal aerostático, de baixo atrito, por meio de uma roda de reação. Para verificar a ação do controlador durante uma inversão no sentido da velocidade, uma pequena ventoinha foi fixada à mesa, produzindo um torque cuja magnitude pode ser alterada por meio do ajuste da direção do fluxo de ar. A malha de controle utiliza um giroscópio de fibra ótica (FOG) na realimentação da velocidade angular e posição. Um controlador digital PID comanda a roda com base no erro de velocidade ou posição angular da mesa em relação a uma referência previamente estabelecida. Com a intenção de se ter um controlador baseado em torque, mas com comportamento linear, produziu-se neste trabalho um modelo matemático do torque em função da corrente comandada, a partir do qual foi construído um algoritmo da função inversa, de tal forma que as não linearidades são parcialmente eliminadas pelo modelo (compensação dinâmica). Os resultados indicam que a compensação dinâmica consegue efetivamente reduzir o erro máximo que a roda apresenta durante o cruzamento por zero, enquanto que mantém os demais parâmetros, como tempos de resposta e assentamento constantes.

Palavras-Chave-controle de atitude, rodas de reação, compensação dinâmica.

Abstract- Systems for satellite attitude control are usually designed based on modern control techniques, which assume that the plant, sensors and actuators have linear behavior. A reaction wheel is an actuator that produces a torque as a function of electric current applied to a brushless DC motor. Ideally the output torque should be proportional to the current, but Coulomb and static frictions in the bearing introduce non linearities in the output torque, as function of the angular velocity of the wheel, especially at low speeds, near zero. These non linearities become more relevant specially in reaction wheels that are designed to rotate in both directions, causing the controller error to increase significantly at sense of speed reversals (zero crossings). This article presents results of a control orientation of an air bearing table by means of a reaction wheel. To check the controller action during a zero crossing, a small fan was attached to the table, producing a torque whose magnitude can be altered by adjusting the direction of the airflow. The control loop uses a fiber optic gyroscope (FOG) as angular velocity sensor. A PID digital controller drives the wheel based on the angular position of the table with respect to a given reference. In order to have a controller with a linear output torque, a mathematical model of torque was developed as function of the input current and wheel speed, from which it was constructed an algorithm of the inverse function, so that the non linearities were partially compensated (dynamic compensation). The results indicated that dynamic compensation can effectively reduce the maximum pointing error during zero crossing, while keeping constant other parameters such as response and settlement time.

*Keywords*- Attitude control, reaction wheel, dynamic compensation.

# I. INTRODUÇÃO

O emprego de sistemas de controle de atitude em 3 eixos tem se tornado comum nas missões espaciais, em virtude da alta confiabilidade atual dos sensores e atuadores, aliado à crescente queda nos preços dos equipamentos, incluindo o computador de controle, e reuso dos programas embarcados. Entre as diversas possibilidades de atuação em 3 eixos, destaca-se aquela formada por 3 ou 4 rodas de reação, que provêm torque num grande intervalo, além de serem alimentadas com energia renovável gerada pelos painéis solares. Uma roda de reação é composta por um volante de alta inércia posto a girar sob a ação de um motor DC sem escovas. Dosando-se a corrente elétrica no motor consegue-se acelerar ou desacelerar o volante, e, por reação, um torque contrário é aplicado ao satélite. As rodas são projetadas para atuarem dentro de um limite de momento angular máximo, e por isso requerem outra forma de atuação com a finalidade de eliminar este momento angular quando a velocidade atinge seu limite máximo, qualquer que seja seu sentido. Este processo é conhecido como dessaturação da roda. Apesar da versatilidade deste tipo de controle - nota-se que com apenas 3 rodas, alinhadas a eixos cartesianos, é possível controlar o satélite e estabilizar sua atitude - a utilização das rodas requer que o projetista do sistema de controle conheça em profundidade o comportamento delas. De fato, sabe-se que estes dispositivos não exibem comportamento linear com o torque, isto é, que o torque apresentado na saída não é diretamente proporcional à corrente aplicada ao motor [1], [2]. Os principais efeitos causadores destas não linearidades são torques oriundos do atrito viscoso e de Coulomb, que dependem da velocidade angular, isto é, não são constantes. Assim a resposta da roda, dada pela diferenca entre o torque utilizado para acelerar o volante e os torques de atrito, não segue um comportamento linear com a velocidade angular. Embora técnicas convencionais de controle ainda possam ser empregadas, o

Valdemir Carrara, Divisão de Mecânica Espacial e Controle, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, INPE, São José dos Campos, SP, Brasil, Email: val@dem.inpe.br.

desempenho do controlador é afetado pela resposta da roda em maior ou menor grau. Infelizmente as não linearidades presentes na roda inviabilizam ou pelo menos dificultam o ajuste do controlador a um determinado requisito de desempenho. Para contornar este problema, a quase totalidade dos controladores em 3 eixos embarcados usa um "controle por velocidade", ao invés do convencional "controle por corrente". No controle por velocidade, um controlador interno - normalmente disponibilizado pelo próprio fabricante da roda - gerencia a velocidade de rotação do volante de forma a seguir uma dada referência. Em geral é empregado um controlador PID para esta finalidade. Do ponto de vista do controle de atitude, o torque líquido de reação é igual ao produto do momento de inércia do volante pela sua variação de velocidade, e isto significa que se pode controlar diretamente o torque a partir da velocidade. O preço a pagar pela adoção desta estratégia é um aumento na complexidade de atuação, um atraso na resposta da roda (devido ao controlador interno), e a necessidade de medição e realimentação da velocidade angular, que pode apresentar problemas de quantização e resolução, uma vez que se empregam codificadores óticos para esta finalidade.

A outra alternativa é comandar a roda por meio da variação da corrente aplicada ao motor DC. Mesmo nesta situação diversos efeitos adversos podem ocorrer, mas que também afetam o controle por velocidade, como:

- atrasos causados por eletrônicas digitais, quando o sinal de controle trafegar por uma linha serial de comunicação – configuração bastante usual.
- ruídos presentes na linha, quando o sinal de controle for analógico (em geral, uma tensão de referência para a corrente ou para a velocidade)
- não linearidades presentes nos elementos eletrônicos de comando da corrente ou de realimentação da velocidade.

Aliado a estas características deve-se ainda mencionar que o acionamento do motor, numa roda de reação, é um processo complexo e pouco divulgado na literatura, em virtude de interesses comerciais. Estes motores podem ser comandados por PWM ou tensão, e é freqüente o uso de "choppers" para aumentar o torque e a velocidade máxima alcancada. Em outras palavras, a corrente efetivamente aplicada à roda varia com a posição angular do volante, o que significa que a corrente de referência pode ser relacionada, quando muito, à corrente média que transita no motor. Portanto, ambas as formas de controle apresentam efeitos indesejáveis ao controle. Em virtude, porém, do controle por velocidade empregar necessariamente uma eletrônica mais complexa, um controlador por corrente pode ser vantajoso sob determinadas circunstâncias. Nesta direção, percebe-se que um modelo matemático fiel (caso possível) da roda de reação constitui um passo significativo na direção de se ter uma melhora no desempenho de um controlador de atitude baseado em controle por corrente. Assim o principal objetivo deste trabalho será estabelecer um modelo matemático e computacional de uma roda de reação, para uso em sistemas de controle de atitude.

Nas próximas seções serão apresentados os experimentos realizados com uma roda de reação fornecida pela empresa

SunSpace, acoplada a uma mesa de mancal aerostático de um eixo, ambos do Laboratório de Simulação da Divisão de Mecânica Espacial e Controle do INPE. Serão apresentados resultados, e estes comparados entre si, de um controlador convencional e um controlador não linear, baseado no modelo matemático da roda, o qual é também apresentado a seguir.

## II. MODELO MATEMÁTICO

Utilizou-se, na coleta de dados necessários a este trabalho, um arranjo apresentado por Carrara e Milani [1]. Numa mesa de mancal aerostático de um grau de liberdade em rotação (Figura 1) foram instalados uma roda de reação da SunSpace [3] com capacidade máxima de 0,65 Nms comandada em corrente ou velocidade por interface serial, um giroscópio de fibra ótica de um eixo, uma eletrônica de telemetria e comando, ambos também do mesmo fabricante, um radiomodem transmissor e receptor e uma bateria para alimentação dos equipamentos. O programa de teste e controle foi escrito em C++, e executado num computador externo à mesa. A comunicação entre o computador e os equipamentos montados na mesa foi realizada pelo radio-modem.



Fig 1. Experimento montado na mesa de mancal a ar.

Uma roda de reação pode ser representada pela inércia do volante  $J_w$ , por um atrito viscoso b e por um atrito de Coulomb, c. A equação diferencial que descreve o movimento é:

$$T_w = J_w \dot{\omega}_w + b \,\omega_w - c \,\text{sgn}(\omega_w) \tag{1}$$

na qual  $\omega_w$  é a velocidade angular do volante e  $T_w$  o torque gerado pelo motor. Desprezando efeitos não lineares presentes na conversão de corrente para torque (mesmo porque o fornecedor da roda não informa detalhes sobre isso), pode-se considerar que o torque é linear com a corrente *I*, na forma:

$$T_w = k_m I \tag{2}$$

O torque aplicado à mesa é dado pelo torque líquido gerado pela roda, isto é, o torque aplicado ao motor subtraído dos torques de atrito, o que leva ao resultado oriundo da lei de conservação do momento angular:

$$(J - J_w)\dot{\omega} = J_w\dot{\omega}_w \tag{3}$$

onde *J* é o momento angular do mancal aerostático (incluindo o volante da roda) e  $\omega$  é a velocidade angular da mesa. O giroscópio efetua medidas de  $\omega$ , enquanto que  $\omega_w$  é obtido pela eletrônica de controle da roda e transmitido por telemetria. Para estimar o coeficiente de atrito viscoso *b*, efetuou-se o mesmo procedimento relatado em [1], no qual a roda foi acelerada até determinada rotação, e, a seguir, deixada sem comando de torque até a parada completa, como mostra a Figura 2. A solução da equação diferencial (Equação 1) do movimento nesta situação leva ao resultado:

$$\omega = \omega_o \frac{e^{-\beta t} - e^{-\beta t_f}}{1 - e^{-\beta t_f}}$$
(4)

no qual  $\beta = b / J_w$ ,  $\omega_o$  é a velocidade inicial do decaimento e  $t_f$  é o instante de parada do volante. Por meio de ajuste de curvas com minimização do erro quadrático, obteve-se  $b = 5,16 \ 10^{-6}$  Nms,  $c = 0,8795 \ 10^{-3}$  Nm,  $\omega_o = 3495$  rpm e  $t_f = 333,3$  s, se for considerado que  $J_w = 1,5 \ 10^{-3}$  kg m<sup>2</sup> conforme informa o fabricante. A curva gerada pelo modelo matemático foi superposta à curva obtida no experimento da Figura 2. Como pode ser visto, a diferença é insignificante, e pode ser melhor avaliada na Figura 3, que apresenta a diferença entre o modelo e os dados experimentais. Por outro lado, a inércia  $J_w$  do volante pode diferir do valor fornecido. Contudo, não foi possível, a partir dos experimentos realizados, obter-se um valor confiável para esta inércia.



Outro parâmetro de interesse ao modelo é a constante do motor,  $k_m$ . Para estima-lo efetuou-se um procedimento similar àquele também apresentado em [1], onde se comandou uma dada corrente à roda e mediu-se a velocidade angular atingida em regime permanente. O resultado é apresentado na curva cheia da Figura 4, enquanto que a curva tracejada mostra o modelo matemático obtido da solução em regime permanente da equação do movimento:

$$k_m I = b \,\omega_w + c \,\mathrm{sgn}(\omega_w), \tag{5}$$

ajustada a partir da minimização do erro quadrático médio. Uma vez que b e c são agora conhecidos, pode-se calcular  $k_m$ por intermédio de um ou outro, que fornecem, respectivamente 0,0277 e 0,0251 Nm/A. A diferença encontrada deve-se, provavelmente, à incerteza no conhecimento da inércia, além dos erros de medidas. O erro do modelo é apresentado na Figura 5 na qual percebe-se claramente que o desvio é maior quando o volante inicia o movimento a partir do repouso. Este efeito é denominado de transição pelo zero ou inversão de sentido da roda, e, seguramente, representa um desafio aos projetistas de controle, já que pode ocorrer algumas vezes numa única órbita, fazendo com que o erro do controle aumente significativamente. A região na qual esta roda não responde ao controle, compreendida entre -38 a 38 mA, é uma zona morta que deve ser levada em conta no modelo, pois provoca uma súbita mudança no comportamento dinâmico do sistema. De fato, tal alteração é compensada pelo controlador integral, mas o tempo exigido para que este a compense pode comprometer o desempenho do controlador.



## **III. CONTROLADOR**

Implementou-se, a seguir, um controlador PID digital no sistema, usando para isso um computador estacionário comunicando-se via radio-modem com a eletrônica embarcada na mesa, com objetivo de controlar a posição angular da mesa aerostática. Os ganhos do controlador foram ajustados manualmente, visando reduzir o tempo de resposta do sistema a um degrau e a evitar oscilações. O erro considerado é a diferença entre uma referência angular externa e o sinal integrado do giro (assume-se que a condição inicial de integração seja nula). O erro em velocidade é fornecido diretamente pelo sinal do giro, já descontado do viés e da correção devido à latitude do local [1]. O erro integrado é calculado pela somatória do sinal integrado do giro. Reconhece-se, portanto, que não existe no sistema de controle uma referência externa capaz de prover diretamente medidas angulares. Recentemente instalou-se, na mesa de mancal aerostático, um codificador ótico incremental com 2500 pulsos por rotação. Contudo não foram utilizados neste trabalho os dados provindos do codificador.



Fig 4. Modelo matemático (curva tracejada) e medições da velocidade (curva cheia) em regime permanente da roda, em função da corrente no motor.



Os ganhos proporcional, derivativo e integral adotados foram, respectivamente,  $k_p = 0.04$  A/°,  $k_d = 0.2$  A s/° e  $k_i =$ 0,001 A/º s. A resposta do controle é mostrada na Figura 6, para um sinal do tipo degrau de 90°, que apresenta um sobresinal de cerca de 10°, ou seja, 10%, aproximadamente. O tempo de assentamento é de cerca de 100 s para que o erro fique inferior a 1° e de 250 s para estabilizar com erro de cerca de 0,2°. A velocidade inicial de rotação da roda foi ajustada em 500 rpm. Como pode ser observado na Figura 7, que mostra a evolução desta velocidade angular, ela cruza a velocidade nula duas vezes, a primeira em 1 s (com corrente saturada em -2,2 A) e outra em 6,5 s. Contudo, não se distingue, na curva de resposta, qualquer influência deste cruzamento no desempenho do controlador, já que este se dá com grande aceleração e também em virtude de se estar, ainda, no regime transitório. A leve queda da velocidade quando o regime é atingido (após 100 s) se deve a um desbalanceamento residual da mesa, que introduz um pequeno torque no sistema. O sinal de controle pode ser visto na Figura 8, onde se nota claramente a ação do controlador integral que mantém a corrente em cerca de 40 mA em regime.

Para comprovar o efeito da zona morta (cruzamento pelo zero) no desempenho do controlador, efetuou-se um experimento no qual foi fixada à mesa uma ventoinha (cooler) do tipo usada em computadores, direcionada de tal forma a provocar um pequeno torque na mesa, aproximadamente constante, que deve ser absorvido pela ação da roda. A velocidade inicial da roda foi ajustada para que houvesse um cruzamento com o zero durante a ação do controle. A Figura 9 mostra o comportamento do erro do controlador nesta situação, com condição inicial e referência ambas nulas. Os ganhos empregados no controle foram os mesmos mencionados anteriormente. Os gráficos mostrados nas Figuras 10 e 11 ilustram o comportamento da velocidade angular e da corrente aplicada ao motor, respectivamente, onde se nota que o cruzamento se dá em 87 s, e dura cerca de 2,5 s, quando então a corrente é invertida. O erro em regime, que antes do cruzamento era inferior a 0,2°, aumenta repentinamente, atinge um pico de cerca de 1,8°, para depois reduzir e atingir novamente o regime em cerca de 200 s. Do ponto de vista do controlador, isto significa que o desempenho fica abaixo do especificado por mais de 3 minutos a cada cruzamento com o zero.



# IV. CONTROLE NÃO LINEAR

A idéia de usar um controlador não linear para lidar com o cruzamento pelo zero da roda de reação é uma decorrência natural do fato de que o modelo matemático proposto anteriormente representa o comportamento da roda razoavelmente bem. Trata-se, portanto, de utilizar o modelo como um "corretor" para o sinal de controle, de forma a tornar a ação desejada diretamente proporcional ao sinal gerado pelo PID, ou seja, um compensador dinâmico [4]. Uma vez que a mesa responde tão somente a uma aceleração da roda, desejase, portanto, que o comando de controle seja na forma:

$$I = \frac{J_w \dot{\omega}_w}{k_m},\tag{6}$$

mas, para isso, a corrente *I* deve ser calculada por:

$$I = u + \frac{b}{k_m}\omega_w + \frac{c}{k_m}\operatorname{sgn}(\omega_w)$$
(7)

onde  $u \neq 0$  sinal de controle do PID. Quando a velocidade angular da roda for nula o compensador assume a forma:

$$I = u + c \operatorname{sgn}(u) / k_m.$$
(8)



Fig 9. Erro em regime do controle sob torque externo constante (ventoinha).

Figura 12 apresenta um diagrama em blocos Α (simplificado) deste controlador com compensação dinâmica. Para testar seu desempenho, procedeu-se a um experimento idêntico ao relatado na seção anterior, porém incorporando a compensação dinâmica no controlador.

Como pode ser observado nas Figuras 13, 14 e 15 (análogas às Figuras 9 a 11), conseguiu-se uma redução do erro durante o cruzamento com o zero de cerca de 10 vezes. De fato, sob condições idênticas de torque perturbador externo (ventoinha), o erro máximo não ultrapassa 0.2°, e o controle leva agora cerca de 100 s para reduzir este erro a 0.02°. Na Figura 14 observa-se que o torque da ventoinha aplicado à roda, dado pela inclinação da reta, é praticamente constante. O cruzamento com o zero se dá por volta de 45 s, e é quase imperceptível nesta curva. O sinal de controle é mostrado na Figura 15, em preto, separado em suas duas componentes: o compensador do modelo dinâmico (em vermelho) e o sinal u gerado pelo PID (curva azul). Percebe-se nitidamente que o sinal do controle PID (em azul) fica aproximadamente constante, como seria esperado, para compensar o efeito da ventoinha. A pequena diferença de 7 mA na intensidade antes e após o cruzamento com o zero poderia ser reduzida por meio da alteração do valor do coeficiente de atrito c. Os ganhos do controlador PID foram mantidos iguais àqueles empregados anteriormente, embora certamente possam ser ajustados para que se consiga um melhor desempenho, já que a compensação dinâmica tornou a resposta da roda de reação praticamente linear.



Fig 11.Corrente comandada pelo controlador, sob torque externo constante.

Em adição aos experimentos mostrados aqui, implementouse os modelos matemáticos em Matlab/Simulink, inclusive com a compensação dinâmica do controle. Constatou-se, como seria de se esperar, uma grande similaridade entre os resultados experimentais e a simulação. Esta deverá permitir, futuramente, um melhor ajuste dos ganhos do controlador.



200 150 100 Angle (mdeg) 50 0 -50 -100-150 L 20 40 100 120 140 180 200 60 80 160 Time (s) Fig 13. Erro em regime com compensação dinâmica do controle

Fig 12. Controlador PID com compensação do modelo dinâmico da roda.



Fig 14. Velocidade angular da roda com compensação dinâmica do controle.



Fig 15. Sinal de controle (preto), do PID (azul) e do modelo dinâmico (vermelho) com compensação dinâmica do controle.

# V. CONCLUSÕES

Este artigo apresentou um modelo matemático e computacional para uma roda de reação da SunSpace [3], obtido com base em modelos não lineares do atrito de medições Coulomb, viscoso, e experimentais do comportamento da roda. Foi analisado o desempenho de um controlador PID que utiliza a roda e um giroscópio FOG, ambos montados numa mesa de baixo atrito (mancal aerostático). Verificou-se que o erro do controlador aumenta consideravelmente (de 0,02 para 1.8°) quando a roda inverte seu sentido de giro, no cruzamento pelo zero. A seguir, implementou-se um controlador com compensação dinâmica feita pelo modelo matemático, de forma a tornar o comportamento da roda mais próximo do linear. O controlador apresentou melhoras do desempenho nesta nova condição, já que o erro máximo atingido foi de apenas 0.2°.

Sugere-se os seguintes tópicos como continuação desta modelagem:

- Levantar a curva de resposta da roda incluindo o compensador dinâmico.
- Incrementar o modelo matemático da roda pela inclusão dos atritos estático e de Stibeck.
- Comparar o desempenho do controlador com compensação dinâmica com um controlador de velocidade.
- Incluir a realimentação no controle da posição angular da mesa com o codificador ótico recém instalado.

### **AGRADECIMENTOS**

O autor agradece ao projeto SIA que forneceu o suporte para a aquisição de alguns dos equipamentos utilizados nos experimentos.

# REFERÊNCIAS

- Carrara, V.; Milani, P. G. Controle de uma mesa de mancal a ar de um eixo equipada com giroscópio e roda de reação. *V SBEIN - Simpósio Brasileiro de Engenharia Inercial*. Rio de Janeiro, Nov. 2007.
- [2] Wertz, J. R. Spacecraft attitude determination and control. London, D. Reidel, 1978. (Astrophysics and Space Science Library).
- [3] Engelbrecht, J. A. A. User's Manual for the SunSpace reaction wheel and gyroscope substistem. SunSpace, Matieland, South Africa, 2005. (SS01-106000).
- [4] Canudas De Wit, C; Lischinsky, P. Adaptive Friction Compensation with Partially Known Dynamic Friction Model. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol 11, p. 65-80, 1997.