

CAPÍTULO 13

AERODINÂMICA DE SATÉLITES ARTIFICIAIS

Valdemir Carrara

Divisão de Mecânica Espacial e Controle - DMC
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE
C.P.515, CEP 12201-970, São José dos Campos - SP

1 – Força aerodinâmica

O movimento orbital dos satélites artificiais é influenciado pelo atrito com a atmosfera, denominado de força de arrasto, e atua no sentido contrário ao movimento de satélite. A expressão da aceleração causada pelo arrasto no satélite é dada por:

$$\ddot{\mathbf{r}}_a = -\frac{1}{2}\rho C_D \frac{S}{m} v_R \mathbf{v}_R \quad (13.1)$$

onde ρ é a densidade local do ar, C_D é o coeficiente de arrasto, S é a área efetiva, m é a massa, e v_R é a velocidade do satélite em relação à atmosfera da Terra.

No caso de uma órbita elíptica, o satélite é predominantemente afetado pelo arrasto numa pequena faixa perto do perigeu. Com o retardo causado pelo arrasto no perigeu, o satélite não terá a mesma energia para atingir a altura do apogeu anterior. Consequentemente, a altitude do apogeu diminui, enquanto a altitude do perigeu mantém-se quase constante, e a órbita elíptica contrai-se até ficar praticamente circular (Figuras 13.1 e 13.2).

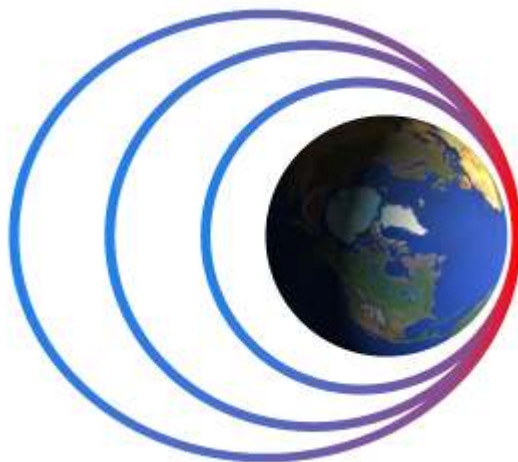


Fig. 13.1 – Decaimento orbital devido ao arrasto atmosférico

A densidade ρ da atmosfera depende de vários fatores, como por exemplo a temperatura da atmosfera, a altitude, a longitude e a latitude do local, entre outros. Por sua vez, o coeficiente de arrasto C_D é função de parâmetros que dependem de

propriedades da superfície do satélite (material, acabamento e temperatura), do ângulo de incidência do fluxo atmosférico, da temperatura da superfície e da velocidade das moléculas.

A área efetiva S é determinada pela configuração e o tamanho do veículo, juntamente com o ângulo de ataque em relação ao fluxo atmosférico. Esta superfície é conhecida como *área projetada* pois está associada com a área externa do satélite projetada na direção da velocidade relativa com a atmosfera.

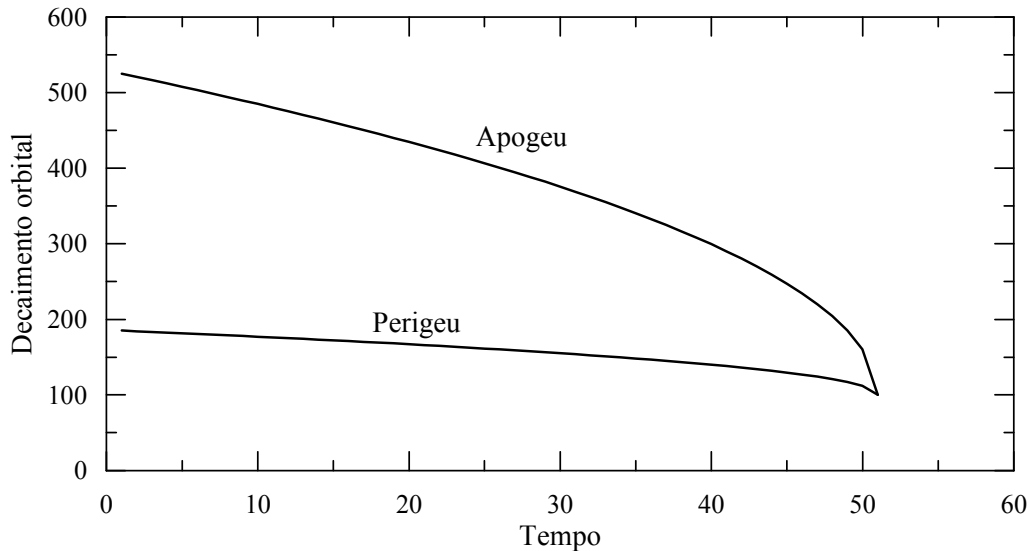


Fig. 13.2 - Variação da altitude do perigeu e apogeu devido ao arrasto.

A velocidade relativa \mathbf{v}_R é calculada admitindo-se que a atmosfera tem a mesma velocidade de rotação da Terra, e portanto:

$$\mathbf{v}_R = \dot{\mathbf{r}} - \boldsymbol{\omega}_T \wedge \mathbf{r}, \quad (13.2)$$

onde $\boldsymbol{\omega}_T$ é a velocidade angular de rotação da Terra ($\boldsymbol{\omega}_T = 360,9856473^\circ/\text{dia}$) e $\dot{\mathbf{r}}$ é a velocidade do satélite relativa ao sistema inercial.

A força de arrasto afeta principalmente o semi-eixo maior e a excentricidade orbital. Como a densidade atmosférica cai exponencialmente com a altitude, também a força de arrasto diminui exponencialmente. No entanto, tanto a densidade como o coeficiente balístico (o produto de C_D pela relação área-sobre-massa, S/m) dependem de vários fatores, que serão vistos em seqüência.

2 – Relação área-sobre-massa

Satélites com relação área-sobre-massa maiores do que $0,1 \text{ m}^2/\text{kg}$ são pouco densos, e apresentam um decaimento elevado. Cita-se como exemplo os satélites ECHO I, de relação igual a 37,2 (30 m de diâmetro, 52 kg) e ECHO II, com 20,7 (41 m de diâmetro, 256 kg). Satélites com relação entre 0,001 e 0,1 são os mais comuns, como o SCD-2 (0,005) e ROSAT (0,006). Satélites com relação menor do que 0,001 são altamente densos, utilizados em estudos do campo geogravitacional, como o LAGEOS-3 (relação igual a 0,0007 - esfera de 30 cm de raio e 407 kg).

3 – O coeficiente de arrasto

O coeficiente de arrasto C_D pode ser medido experimentalmente ou avaliado por meio de modelos matemáticos. O valor do coeficiente de arrasto fica normalmente compreendido entre 1,2 e 3,8, e depende de vários fatores. Nas altitudes orbitais, a mecânica dos fluidos não pode ser aplicada ao problema, pois é válida apenas em meios contínuos. A rarefação da atmosfera faz com que as moléculas possam ser tratadas individualmente (estatisticamente) e não mais como um fluido. Desta forma, pode-se aplicar a teoria cinética dos gases, desenvolvida no século XIX por Maxwell. Pela teoria cinética dos gases, a velocidade média das moléculas num gás está diretamente relacionada com a temperatura deste gás: quanto maior a temperatura, maior a velocidade das moléculas. Num meio contínuo, a colisão de uma molécula com uma superfície é rapidamente transmitida às outras moléculas do gás, ou seja, ao emergir de uma colisão, a molécula transmite seu movimento às outras moléculas que estão ao seu redor. Para que a teoria cinética dos gases possa ser aplicada, contudo, exige-se que o caminho livre médio, isto é, a distância percorrida pela molécula entre duas colisões sucessivas seja maior do que as dimensões típicas do experimento. Em outras palavras, admite-se que as colisões entre moléculas sejam raras. Isto realmente acontece nas altitudes orbitais, onde o caminho livre médio ultrapassa dezenas de metros. Esta hipótese é necessária para que a distribuição de velocidades (e de temperatura) das moléculas incidentes no satélite não seja afetada pela distribuição de velocidades das moléculas emergentes após a colisão.

No choque das moléculas da atmosfera com a superfície do satélite ocorre uma troca de energia e uma troca de quantidade de movimento, de tal forma que a distribuição de velocidades das moléculas emergentes resulta diferente daquela das moléculas incidentes. Em geral, a temperatura do fluxo incidente varia desde 400 até 2500°K, e, portanto, as moléculas provocam um pequeno aquecimento na superfície do satélite (cuja temperatura é, em geral, ao redor de 300°K). Este aquecimento só não é maior porque a densidade da atmosfera é muito baixa. Ao colidirem com a superfície do satélite, as moléculas são capturadas, reemitidas e capturadas novamente, colidindo várias vezes com a superfície (Figura 13.3). Neste processo a molécula vai gradativamente perdendo energia, de tal forma que sua temperatura aproxima-se da temperatura da superfície.

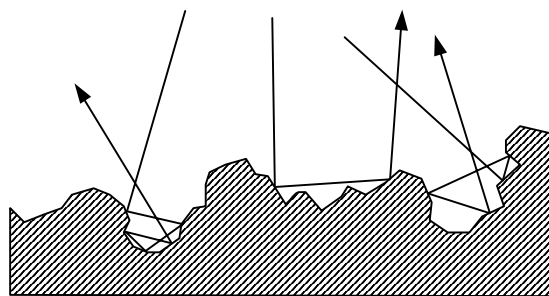


Fig. 13.3 - Múltiplas colisões das moléculas da atmosfera com a superfície

A interação entre o gás e a superfície é um fenômeno ainda pouco conhecido. Schaaf e Cambré (1961) apresentaram um modelo matemático que utilizava a teoria cinética dos gases de Maxwell, em conjunto com 2 coeficientes, σ e τ , que representam, respectivamente, a quantidade de movimento trocada durante a colisão nas direções normal e tangencial, dados por:

$$\sigma = \frac{P_i - P_r}{P_i - P_w}, \text{ e} \quad (13.3)$$

$$\tau = \frac{Q_i - Q_r}{Q_i} \quad (13.4)$$

onde P e Q são as componentes da quantidade de movimento do fluxo na direção normal e tangencial, respectivamente. Os índices i e r representam o fluxo incidente e refletido, enquanto que P_w é a quantidade de movimento na direção normal carregada pelo fluxo refletido caso este fluxo tivesse temperatura igual à temperatura da superfície.

O coeficiente de acomodação térmica, α , traduz a troca de energia durante a colisão e permite modelar a transferência de calor entre o fluxo de moléculas e o satélite. Experimentalmente sabe-se que tanto α quanto σ e τ dependem do material da superfície, do acabamento superficial e também da temperatura, além da velocidade, temperatura e ângulo de incidência do fluxo. Contudo, as poucas medições efetuadas indicam que estes coeficientes são próximos a 1, o que equivale a dizer que a troca de calor e quantidade de movimento é quase total (Schaaf e Cambré, 1961, Dought e Schaetzle, 1969 e Knechtel e Pitts, 1969 e 1973). Numa reflexão especular, na qual as moléculas refletidas possuem ângulo de reflexão igual ao ângulo de incidência, deve-se esperar que não haja tempo para troca de calor entre a molécula e a superfície, e, portanto, a distribuição de velocidades do fluxo emergente é igual à distribuição do fluxo incidente. Neste caso, os coeficientes σ , τ e α são todos nulos. Na outra extremidade, quando a reflexão é totalmente difusa, a temperatura das moléculas emergentes é igual à temperatura da superfície, e, neste caso, σ , τ e α são unitários.

O coeficiente de arrasto depende da razão entre a velocidade do satélite com relação à atmosfera e a velocidade mais provável das moléculas. Esta relação, conhecida como razão de velocidades s , assume valores entre 2 e 20 nas altitudes orbitais. Em outras palavras, a velocidade do satélite é algumas vezes maior do que a velocidade das moléculas. A razão de velocidades é dada por:

$$s = v_R \sqrt{\frac{m}{2 k T_i}} \quad (13.5)$$

onde m é a massa média das moléculas, k é a constante de Boltzmann e T_i é a temperatura local da atmosfera (obtida de modelos da atmosfera). A massa média das moléculas é dada por:

$$m = \frac{\bar{M}}{N_{av}}, \quad (13.6)$$

onde \bar{M} é a massa molecular média local (também obtida de modelos atmosféricos) e N_{av} é o número de Avogrado. A dependência do coeficiente de arrasto com relação à temperatura das moléculas emergentes é traduzida pela relação entre a temperatura da superfície T_w e a temperatura local da atmosfera T_i . Contudo, a influência desta relação não ultrapassa a 10% do valor do coeficiente de arrasto na maioria dos satélites.

O modelo obtido por Schaaf e Cambré aplica-se exclusivamente a uma placa plana, numa orientação qualquer com relação ao fluxo incidente. Pode-se, contudo, admitir que esta placa plana tenha uma área infinitesimal, e assim o modelo matemático pode ser integrado em toda a superfície do satélite exposta à atmosfera. De fato, como as moléculas possuem velocidades em todas as direções, mesmo as superfícies do satélite encobertas pelo fluxo incidente sofrem colisão com moléculas da atmosfera, embora em menor quantidade. Este modelo baseia-se na hipótese de duas distribuições de velocidade da atmosfera: a do fluxo incidente e a do emergente. Portanto, quando ocorre dupla reflexão do fluxo, devido, por exemplo, a um satélite com geometria côncava, como mostrado na Figura 13.4, o modelo não pode mais ser aplicado. As dificuldades teóricas introduzidas pelas duplas (ou triplas) reflexões, são, entretanto, tão grandes que geralmente despreza-se seu efeito, considerando-se apenas a reflexão única, até mesmo em satélites com geometria côncava. Outro problema surge quando algumas partes do satélite são encobertas por outras, na direção do fluxo incidente, também mostrado na Figura 13.4. Neste caso, as áreas encobertas sofrem uma grande redução na troca de quantidade de movimento com as moléculas, embora ainda persista uma contribuição das moléculas vindas de outras direções. Logo, a simples eliminação destas superfícies do cálculo não corrige o problema, embora leve a um resultado mais próximo do real. Modelos matemáticos que levem em conta satélites com geometria côncava ainda são escassos, principalmente em virtude das complexidades teórica e computacional (Evans, 1964, Chahine, 1961). Comparações entre teoria e experimentos são também raras (Fredo e Kaplan, 1981, e Boettcher e Legge, 1980).

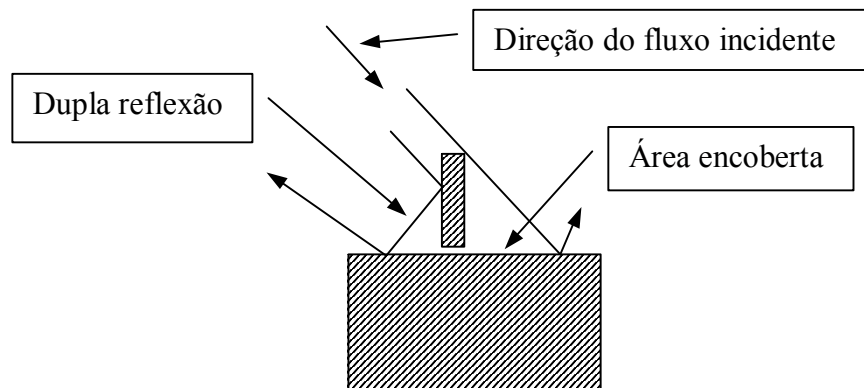


Fig. 13.4 - Dupla reflexão e encobrimento de superfícies em geometria côncava.

A distribuição de velocidades é uma relação escalar que dá a probabilidade de uma molécula possuir velocidade entre \mathbf{v} e $\mathbf{v} + d\mathbf{v}$. Esta distribuição resulta em uma gaussiana, que depende da velocidade, da temperatura, da densidade e da massa das moléculas do gás. A função distribuição de velocidades pode ser integrada de forma a obter-se a quantidade de movimento do fluxo incidente num elemento de área plano, resultando:

$$P_n = \frac{\rho_i v_R^2}{2 s^2} \left\{ e^{-s^2 \cos^2 \theta} \left[\frac{2 - \sigma}{\sqrt{\pi}} s \cos \theta + \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{T_w}{T_i}} \right] + [1 + \operatorname{erf}(s \cos \theta)] \left[(2 - \sigma) \left(\frac{1}{2} + s^2 \cos^2 \theta \right) + \frac{\sigma}{2} \sqrt{\pi} \sqrt{\frac{T_w}{T_i}} s \cos \theta \right] \right\} \quad (13.7)$$

onde θ é o ângulo de incidência (ângulo entre a direção do fluxo e a normal ao elemento de área), ρ_i é a densidade do fluxo incidente e $\operatorname{erf}(s)$ é a função erro, definida como:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^x e^{-y^2} dy \quad (13.8)$$

Na direção tangencial ao elemento de área, a quantidade de movimento é dada por:

$$P_t = \frac{\rho_i v_R^2}{2} \frac{\tau \operatorname{sen} \theta}{s \sqrt{\pi}} \left\{ e^{-s^2 \cos^2 \theta} + \sqrt{\pi} s \cos \theta [1 + \operatorname{erf}(s \cos \theta)] \right\}. \quad (13.9)$$

A força aerodinâmica resultante neste elemento de área dA será então dada por:

$$\mathbf{F}_e = (P_t \cotg \theta - P_n) \mathbf{n} + P_t \operatorname{cosec} \theta \mathbf{u} \quad (13.10)$$

onde \mathbf{n} e \mathbf{u} são os versores unitários nas direções normal à superfície e do fluxo incidente, respectivamente. Portanto, a força de arrasto agindo em um satélite pode ser integrada em cada elemento infinitesimal da superfície externa, na forma:

$$\mathbf{F}_{aer} = \int_A \mathbf{F}_e(\sigma, \tau, s, T_w / T_i) dA \quad (13.11)$$

onde \mathbf{F}_e é a força agindo num elemento plano de área dA . O coeficiente de arrasto é definido como:

$$C_D = \frac{\mathbf{F}_{aer} \cdot \mathbf{v}_R}{\frac{1}{2} \rho S v_R^2}. \quad (13.12)$$

Pode-se mostrar que quando a área S adotada for igual à área projetada na direção da velocidade, e quando a razão de velocidades s for grande, o coeficiente de arrasto C_D tende ao valor 2. A integração da equação que fornece a força aerodinâmica pode ser efetuada analiticamente em corpos simples, como esfera, paralelepípedo, cone e cilindro. O coeficiente de arrasto numa esfera, por exemplo, resulta:

$$C_{Desf} = \frac{2 - \sigma + \tau}{2 s^3} \left[\frac{\operatorname{erf}(s)}{2s} (4s^4 + 4s^2 - 1) + \frac{e^{-s^2}}{\sqrt{\pi}} (2s^2 + 1) \right] + \frac{2\sigma}{3s} \sqrt{\pi} \sqrt{\frac{T_w}{T_i}} \quad (13.13)$$

Quando se deseja aumentar a precisão no cálculo da força aerodinâmica, ou no caso de não haver integral analítica para a geometria do satélite, recorre-se à integração numérica, que deve levar em conta a geometria, as propriedades das superfícies (coeficientes de acomodação e temperatura), e modelos realistas da atmosfera (Carrara, 1982 e 1988, Boettcher, 1979). Integradores numéricos permitem também avaliar torques aerodinâmicos para auxílio no projeto de sistemas de controle de atitude.

4 – Densidade atmosférica

A densidade atmosférica varia exponencialmente com a altitude, mas mudanças no perfil de temperaturas com a altitude provocam igualmente variações na densidade e na fração individual de cada componente dos gases que formam a atmosfera. Nos

primórdios da era espacial, foram desenvolvidos alguns modelos matemáticos e empíricos para a densidade da alta atmosfera, como o MSIS, o J70 (Jacchia, 1972), U.S. Standard Atmosphere (United States Air Force, 1976) e o CIRA70. Estes modelos foram posteriormente melhorados pela inclusão de dados obtidos de novos satélites, como o modelo J77 (Jacchia, 1977) e MSIS 86.

Os modelos matemáticos da alta atmosfera abrangem as camadas da Termosfera (de 80 a 300 km de altitude) e da Exosfera (de 300 a 2000 km). Na Magnetosfera, que se estende além dos 2000 km, o número de moléculas e átomos é muito reduzido, e a força aerodinâmica pode ser desprezada. A partir da Termosfera, o número de moléculas ionizadas cresce gradativamente, em virtude da radiação solar, formando assim um plasma condutor de eletricidade.

As características da atmosfera sofrem influência de vários fatores. A densidade depende, basicamente, do constituinte gasoso predominante naquela altitude. A relação entre os constituintes, por sua vez, depende da temperatura local, que varia pouco na região ao redor dos 100 km de altitude, porém aumenta assintoticamente até a denominada temperatura exosférica, por volta dos 2000 km. Verificou-se, com dados obtidos dos primeiros satélites, que a temperatura exosférica variava com o tempo, numa taxa diária. Comprovou-se que esta variação era causada pelo Sol e que estava relacionada com o número de manchas na superfície do Sol. Por sua vez, o número de manchas depende do ciclo solar, que apresenta períodos de máxima e mínima atividade num período de 10,6 anos. Com base na análise dos dados obtidos dos satélites, Jacchia sugeriu que fosse utilizado, ao contrário do número de manchas, o fluxo solar ou intensidade espectral do Sol na faixa de 10,7 cm de comprimento de onda (2800 MHz). Já se sabia, anteriormente, que este fluxo, denotado por $F_{10.7}$, relacionava-se com os períodos de atividade solar, e eram medidos diariamente pelo Herzberg Institute of Astrophysics, do Canadá, desde 1937, pois influenciava as radiocomunicações. O fluxo solar apresenta uma variação entre 10 (em períodos de fraca atividade) até 400 (durante explosões solares), em unidades de 10^{-22} W/m²Hz. No modelo J77 (Jacchia, 1977), a temperatura exosférica média é obtida a partir do fluxo solar na forma:

$$T_{1/2} = 5.48 \bar{F}_{10.7}^{0.8} + 101.8 F_{10.7}^{0.4}, \quad (13.14)$$

onde $\bar{F}_{10.7}$ é o fluxo solar médio (num intervalo de 2 meses, aproximadamente) e $F_{10.7}$ é o fluxo diário observado. Com base na temperatura exosférica, Jacchia propôs um perfil de temperatura em função da altitude, baseado num arco tangente, conforme mostra a Figura 13.5. Este perfil parte de condições fixas a 90 km de altitude, com um gradiente de temperatura nulo, atinge um ponto de inflexão a 125 km e caminha-se assintoticamente até a temperatura exosférica. O perfil é então utilizado na equação barométrica, que obtém valores de densidade e composição a 100 km. Estes valores serão utilizados como condições iniciais na integração da equação de difusão, que irá calcular a densidade e composição numa dada altitude. Os valores da massa molecular média e da densidade atmosférica podem ser vistos nas Figuras 13.6 e 13.7.

A densidade calculada pela equação da difusão constitui o denominado perfil estático da atmosfera. Sobre este perfil são acrescentados diversos efeitos que causam variações significativas na densidade média. Todos estes efeitos possuem modelagem empírica, realizada através do ajuste de curvas que dependem de diversos fatores. O principal efeito é a atividade geomagnética, causada pela interação do vento solar com o

campo magnético terrestre, e que provoca um aquecimento da atmosfera principalmente durante as explosões solares que ocorrem com maior frequência nos períodos de grande atividade solar. O vento solar, composto basicamente por núcleos de hélio, distorcem o campo magnético da Terra, fazendo com que o campo assuma a forma de uma gota cuja cauda aponta na direção contrária à do Sol. As distorções introduzidas pelo vento solar no campo geomagnético são sentidas na superfície e medidas em intervalos de 3 horas por 12 observatórios magnéticos espalhados em vários continentes. Estas informações são então repassadas ao Institute für Geophysick, na Alemanha, que divulga então o índice planetário da atividade geomagnética K_p , em tabelas com intervalos de 3 horas entre dois valores. O índice planetário possui uma escala quase logarítmica, e assume apenas valores discretos entre 0 e 10, com incrementos de 1/3: 0o, 1-, 1o, 1+, 2-, 2o, 2+, etc. Em virtude da escala ser quase logarítmica e também em parte por adotar valores discretos, os modelos atmosféricos raramente usam o índice planetário, preferindo a amplitude planetária da atividade geomagnética, A_p , que possui escala linear entre 0 e 400. Como a amplitude tem seus valores definidos em função do índice planetário, ela também assume apenas 28 valores discretos neste intervalo (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 12, etc.). No modelo J77 o índice planetário deve ser fornecido com uma defasagem no tempo que depende da latitude magnética do local, podendo atingir até 7 horas de diferença. A atividade geomagnética provoca um incremento na temperatura exosférica, principalmente nas regiões polares, pois nestas regiões as partículas do Sol aprisionadas pelo campo geomagnético atingem baixas altitudes.

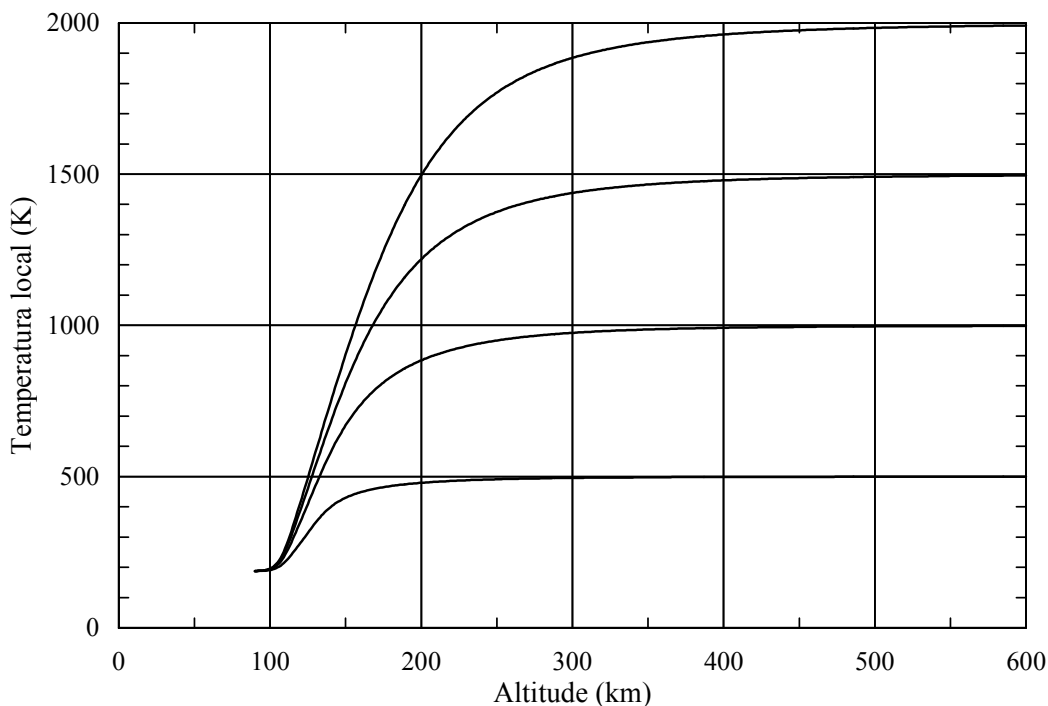


Fig. 13.5 - Perfil da temperatura local para 4 temperaturas exosféricas distintas (J77).

A densidade atmosférica também depende do ângulo formado entre a direção do Sol e o local onde se encontra o satélite, medido a partir do centro da Terra. Este efeito, conhecido com variação diária ou diurna, provoca um valor máximo da temperatura exosférica ao redor das 17 horas, com um mínimo às 5 horas local. No modelo J77 este efeito depende também da declinação solar (época do ano). Outro efeito decorre de variações sazonais-latitudeis, que dependem, como o nome indica, da época do ano e da latitude (e também da altitude). Da mesma forma que na atividade geomagnética, o modelo J77 introduz um incremento na temperatura exosférica devido aos efeitos da

variação sazonal-latitudinal. Como a Terra passa por dois equinócios durante um ano, nestas épocas (em abril e outubro) ocorrem períodos de máxima variação semi-anual. A variação semi-anual depende, portanto, da época do ano e da altitude.

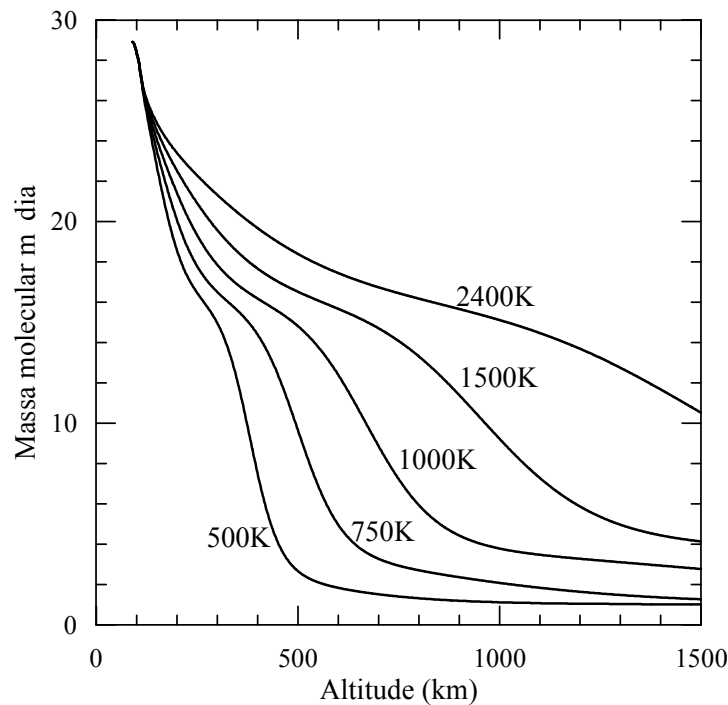


Fig. 13.6 - Massa molecular média em função da temperatura exosférica (J77).

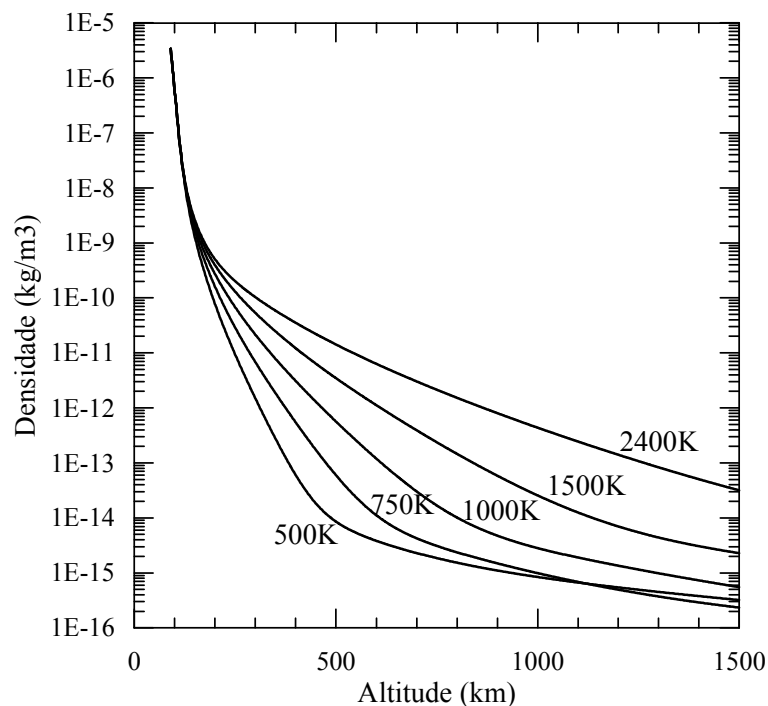


Fig. 13.7 - Densidade em função da altitude e da temperatura exosférica (J77).

4.1 – Atividade solar

Como foi dito, a atividade solar provoca um aquecimento na atmosfera, alterando a densidade e composição. Esta atividade, representada pelo fluxo solar $F_{10.7}$, possui valores entre 10 (baixa atividade) e 400 (alta atividade). O valor observado (ou medido) é então corrigido para a distância de uma unidade astronômica, isto é, corrige-

se o efeito da excentricidade da órbita da Terra. Embora o valor diário medido seja altamente imprevisível, seu valor médio apresenta um comportamento que permite, até certo ponto, fazer previsões (Lopes e Carrara, 1984). A previsão do valor médio é mais confiável quanto menor for o intervalo de previsão. A precisão obtida nesta previsão depende da própria atividade solar. Os períodos de mínima atividade são bastante regulares, o que aumenta a confiabilidade da previsão. Já os períodos de máxima atividade, além de apresentarem valores diários erráticos, possuem também valores médios que podem diferir de ciclo para ciclo, como mostrado na Figura 13.8.

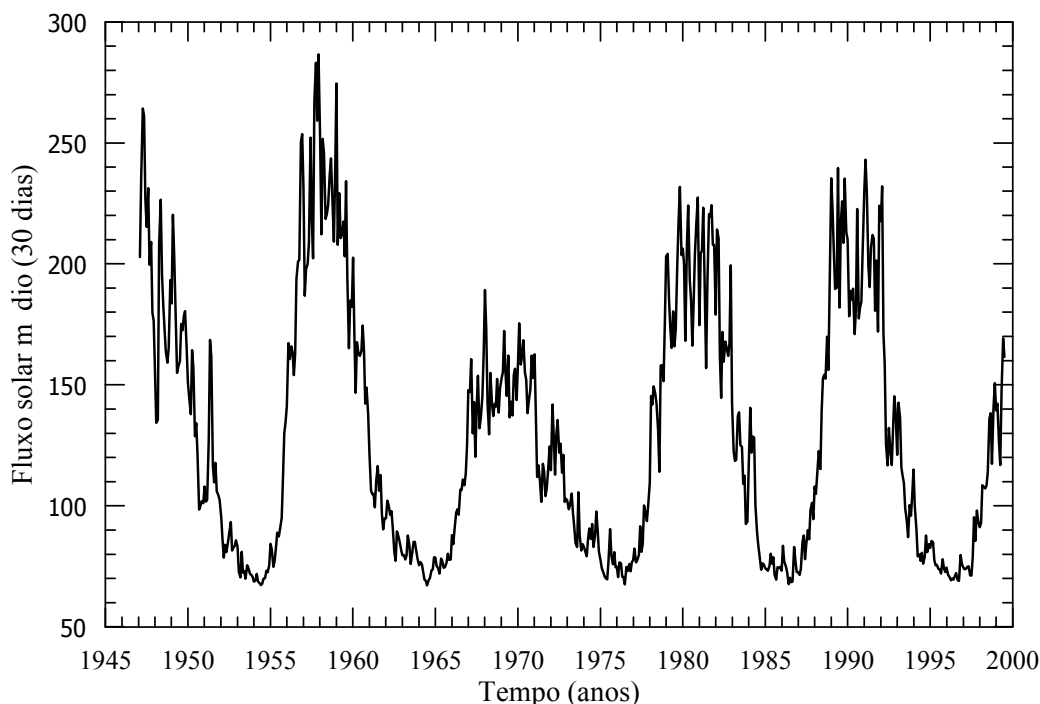


Fig. 13.8 - Fluxo solar médio $\bar{F}_{10.7}$.

(Fonte: Dominion Radio Astrophysical Observatory - http://www.drao.nrc.ca/index_eng.shtml).

O fluxo solar diário é mostrado na Figura 13.9. Nota-se que em 2 de abril de 2001 houve uma tempestade solar registrada pelo índice, que atingiu um valor de 560. Estas explosões duram apenas poucas horas, nem sempre são registradas, e ocorrem principalmente em períodos de alta atividade.

Valores medidos do fluxo solar e da atividade geomagnética são em geral agrupados em arquivos de computador (Carrara, 1989), com a intenção de aumentar a confiabilidade dos modelos numéricos. Com base nestes dados, são desenvolvidas interfaces que interpolam e ajustam os valores medidos de acordo com as especificações dos modelos atmosféricos.

4.2 – Modelos atmosféricos

Os modelos matemáticos da densidade atmosférica baseiam-se na integração da equação de difusão, que é uma equação diferencial que envolve a temperatura, o número de densidade e deve ser integrada numericamente na altitude. Como a integração numérica é computacionalmente lenta, procurou-se desenvolver modelos analíticos aproximados com a intenção de melhorar o desempenho computacional (Carrara, 1990).

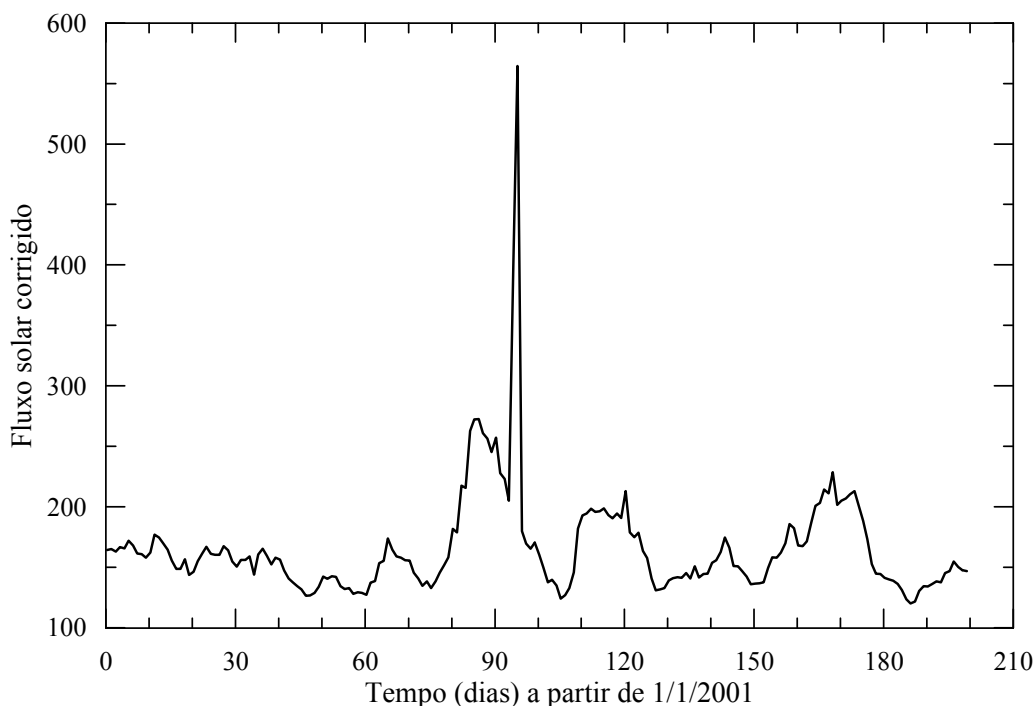


Fig. 13.9 - Fluxo solar diário $F_{10.7}$.

(Fonte: Dominion Radio Astrophysical Observatory - http://www.drao.nrc.ca/index_eng.shtml)

Além do modelo J77, já citado, Jacchia desenvolveu ainda os modelos J70 (Jacchia, 1972), baseado no modelo J64 (Jacchia, 1964). O modelo J70 originou as versões analíticas de Jacchia-Roberts (Roberts Jr., 1971, Kuga, 1985) e Jacchia-Lineberry (Mueller, 1982). Por sua vez, a versão J77 deu origem às versões analíticas de De Lafontaine e Hughes (1983), uma adaptação do modelo Jacchia-Lineberry realizada por Matos (1984). Também são bastante utilizados os modelos analíticos MSIS-83 e MSIS-86 (Hedin, 1987).

Referências

- Boettcher, R. -D. *The calculation of convex body aerodynamics in free molecular flow using a plane element surface approximation - Survey on theory and methods - Description of a FORTRAN program package*. Final Report, Part 1. Göttingen, Germany, DFVLR, 1979. (DFVLR-IB-251-79 A 13).
- Boettcher, R. -D.; Legge, H. Determination of aerodynamic forces on satellites by theory and wind tunnel experiments. *Acta Astronautica*. Vol 7, n. 3, p. 255-267. March 1980.
- Carrara, V. *Modelagem das forças e torques atuantes em satélites*. São José dos Campos, INPE, junho 1982. (INPE-2454-TDL/094).
- Carrara, V. *A Program to Compute the Aerodynamic or Solar Radiation Forces and Torques on Satellites*. Ste. Anne du Bellevue, SPAR, March 1988 (SPAR-RML-009-87-11).
- Carrara, V. *Um banco de dados contendo valores de fluxo solar e atividade geomagnética para cômputo da densidade da alta atmosfera*. São José dos Campos, INPE, 1989. (INPE-A-ETD-0053)
- Carrara, V. *Implementações de modelos atmosféricos para uso em propagadores de órbita e atitude*. São José dos Campos, INPE, maio 1990. (INPE-5094-RPI/231)

- Chahine, M. T. Free molecular flow over nonconvex surfaces. In: International Symposium on Rarefied Gas Dynamics 2. Berkely, CA, 1960. *Proceedings*. New York, Academic, 1961, Section 2, p. 209-230. (Advanced in Applied Mechanics).
- De Lafontaine, J.; Hughes, P. An analytical version of Jacchia's 1977 model atmosphere. *Celestial Mechanics*, Vol. 29, p. 3-26, 1983.
- Dought, R. O.; Schaetzle, W. J. Experimental determination of momentum accommodation coefficients at velocities up to and exceeding Earth escape velocity. In: International Symposium on Rarefied Gas Dynamics 6. Cambridge, MA, 1968. *Proceedings*. New York, Academic, 1969, Vol 2, p. 1035-1054. (Advanced in Applied Mechanics, Supplement 5).
- Evans, W. J. Aerodynamic and radiation disturbance torques on satellites having complex geometry. In: Singer, S. F. ed. *Torques and attitude sensing in Earth satellites*. New York, Academic, 1964. Cap. 5, p. 83-98. (Applied Mathematics and Mechanics, 7).
- Fredo, R. M.; Kaplan, M. H. Procedure for obtaining aerodynamic properties of spacecraft. *Journal of Spacecraft*, Vol 18, n. 4, p. 367-373, July 1981.
- Hedin, A. E. MSIS-86 thermospheric model. *Journal of Geophysical Research*, Vol 82, n. A5, p. 4649-4662, May 1987.
- Jacchia, L. G. *Static diffusion models of the upper atmosphere with empirical temperature profiles*. Cambridge, MA, SAO, 1964. (SAO Special Report 170).
- Jacchia, L. G. Atmospheric models in the region from 110 to 2000 km. In: Committee on Space Research (Cospar). *Cira 1972*. Berlin, Akademik-Verlag, 1972. Part 3, p. 227-338.
- Jacchia, L. G. *Thermospheric temperature, density and composition: new models*. Cambridge, MA, SAO, 1977. (SAO Special Report n. 332)
- Knechtel, E. D.; Pitts, W. C. Experimental momentum accommodation on metal surfaces of ions near and above Earth-satellite speeds. In: International Symposium on Rarefied Gas Dynamics 6. Cambridge, MA, 1968. *Proceedings*. New York, Academic, 1969, Vol 2, p. 1035-1054. (Advanced in Applied Mechanics, Supplement 5).
- Knechtel, E. D.; Pitts, W. C. Normal and tangencial momentum accommodation for Earth satellite conditions. *Astronautica Acta*. Vol 18, n. 3, p. 171-184, June 1973.
- Kuga, H. K. *Reformulação computacional do modelo de Jacchia-Roberts para a densidade atmosférica*. São José dos Campos, INPE, out. 1985. (INPE--3691-RPE/493).
- Lopes, R. V. F.; Carrara, V.; *Estudo preliminar sobre modelos de previsão de fluxo solar*. Apresentado no 2o. Colóquio Brasileiro de Dinâmica Orbital, Atibaia, SP, p. 23, novembro 1984.
- Matos, B. S.; Carrara, V.; Vilhena de Moraes, R. *Implementação do modelo Jacchia-77 da atmosfera superior da Terra*. Apresentado no 2o. Colóquio Brasileiro de Dinâmica Orbital, Atibaia, SP, novembro 1984.
- Mueller, A. C. *Jacchia-Lineberry upper atmosphere density model*. Houston, NASA, 1982. (NASA-CR-167824).
- Roberts Jr., C. E. An analytical model for upper atmospheric densities based upon Jacchia's 1970 models. *Celestial Mechanics*, Vol 4, n. 3/4, p. 368-377, Dec. 1971.
- Schaaf, S. A.; Chambré, P. L. *Flow of rarefied gases*. Princeton, NJ, Princeton University Press, 1961. (Princeton Aeronautical Paperbacks, 8).
- United States Air Force (USAF). *U. S. Standard Atmosfere 1976*. Washington, DC, 1976.