
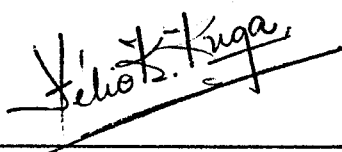
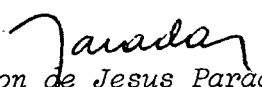


1. Publicação nº <i>INPE-2735-RPE/433</i>	2. Versão	3. Data <i>Maio, 1983</i>	5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa  <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem <i>DMC/DDO</i>	Programa <i>ORBAT</i>		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>GEOPOTENCIAL POLINÔMIOS DE LEGENDRE</i> <i>CÁLCULO RECURSIVO</i>			
7. C.D.U.: <i>521.3:629.7.076.6</i>			
8. Título  <i>CÁLCULO RECURSIVO DA ACELERAÇÃO DO GEOPOTENCIAL</i>		<i>INPE-2735-RPE/433</i>	10. Páginas: <i>71</i>
			11. Última página: <i>D.20</i>
9. Autoria <i>Hélio Koiti Kuga</i> <i>Válder Matos de Medeiros</i> <i>Valdemir Carrara</i>			12. Revisada por  <i>Wilson C. C. da Silva</i>
Assinatura responsável 			13. Autorizada por  <i>Nelson de Jesus Parada</i> Diretor
14. Resumo/Notas  <p><i>Apresentam-se rotinas FORTRAN para o cálculo das acelerações devidas ao geopotencial, modeladas no trabalho usando os coeficientes dos harmônicos esféricos do Goddard Earth Model 10 (GEM10). Utilizam-se equações recursivas para o cálculo dos polinômios de Legendre completamente normalizados, com o objetivo de obter rapidez de processamento e precisão numérica. Para ilustração, efetuam-se testes numéricos que possibilitam a visualização das influências dos coeficientes harmônicos separadamente.</i></p>			
15. Observações			

#### ABSTRACT

*FORTTRAN routines to calculate geopotential, which is modelled using Goddard Earth Model 10 (GEM10) spherical harmonic coefficients, are presented. Recursive equations are utilized in order to calculate the fully normalized Legendre polynomials in order to obtain quick processing and better numerical accuracy. The influence of each type of harmonic coefficients is illustrated separately by numerical tests.*

## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
LISTA DE FIGURAS .....	v
<u>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</u> .....	1
<u>CAPÍTULO 2 - FUNDAMENTOS PARA CÁLCULO DO POTENCIAL TERRESTRE</u> ....	3
2.1 - Coeficientes dos harmônicos esféricos .....	3
2.2 - Polinômios de Legendre completamente normalizados .....	5
2.3 - Sistema de coordenadas .....	6
<u>CAPÍTULO 3 - CÁLCULO DA ACELERAÇÃO GRAVITACIONAL</u> .....	11
3.1 - Cálculo recursivo dos polinômios de Legendre .....	11
3.2 - Cálculo da aceleração local .....	14
<u>CAPÍTULO 4 - DESCRIÇÃO DAS ROTINAS</u> .....	17
4.1 - Sub-rotina GEM10 .....	17
4.1.1 - Utilização .....	17
4.1.2 - Propósito .....	17
4.1.3 - Observações .....	17
4.2 - Sub-rotina ACEZØN .....	18
4.2.1 - Utilização .....	18
4.2.2 - Propósito .....	18
4.2.3 - Parâmetros .....	18
4.2.4 - Observações .....	18
4.3 - Sub-rotina ACETES .....	19
4.3.1 - Utilização .....	19
4.3.2 - Propósito .....	19
4.3.3 - Parâmetros .....	19
4.3.4 - Observações .....	19
4.4 - Sub-rotina ACETOT .....	20
4.4.1 - Utilização .....	20
4.4.2 - Propósito .....	20
4.4.3 - Parâmetros .....	20
4.4.4 - Observações .....	20

	<u>Pág.</u>
<u>CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES</u> .....	21
5.1 - Exemplos numéricos .....	21
5.2 - Comentários .....	30
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	31
APÊNDICE A - SUBROTINA ACETOT	
APÊNDICE B - SUBROTINA ACEZON	
APÊNDICE C - SUBROTINA ACETES	
APÊNDICE D - SUBROTINA GEM 10	

## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 - Sistema local $OX'Y'Z'$ e sistema terrestre $OX_g Y_g Z_g$ .....	7
2.2 - Sistema inercial $OXYZ$ e sistema terrestre $OX_g Y_g Z_g$ .....	8
5.1 - Sistema satélite adotado para os testes .....	22
5.2 - Aceleração inercial total: (a) aceleração no eixo x; (b) aceleração no eixo y; (c) aceleração no eixo z .....	23
5.3 - Aceleração inercial menos a aceleração kepleriana: (a) aceleração no eixo x; (b) aceleração no eixo y; (c) aceleração no eixo z .....	25
5.4 - Aceleração devida ao coeficiente $J_2$ : (a) aceleração no eixo x; (b) aceleração no eixo y; (c) aceleração no eixo z .....	16
5.5 - Aceleração devida aos coeficientes zonais, menos o coeficiente $J_2$ : (a) aceleração no eixo x; (b) aceleração no eixo y; (c) aceleração no eixo z .....	27
5.6 - Aceleração devida aos coeficientes zonais e tesserais, menos o coeficiente $J_2$ : (a) aceleração no eixo x; (b) aceleração no eixo y; (c) aceleração no eixo z .....	28
5.7 - Aceleração devida aos coeficientes tesserais: (a) aceleração no eixo x; (b) aceleração no eixo y; (c) aceleração no eixo z .....	29



## CAPÍTULO 1

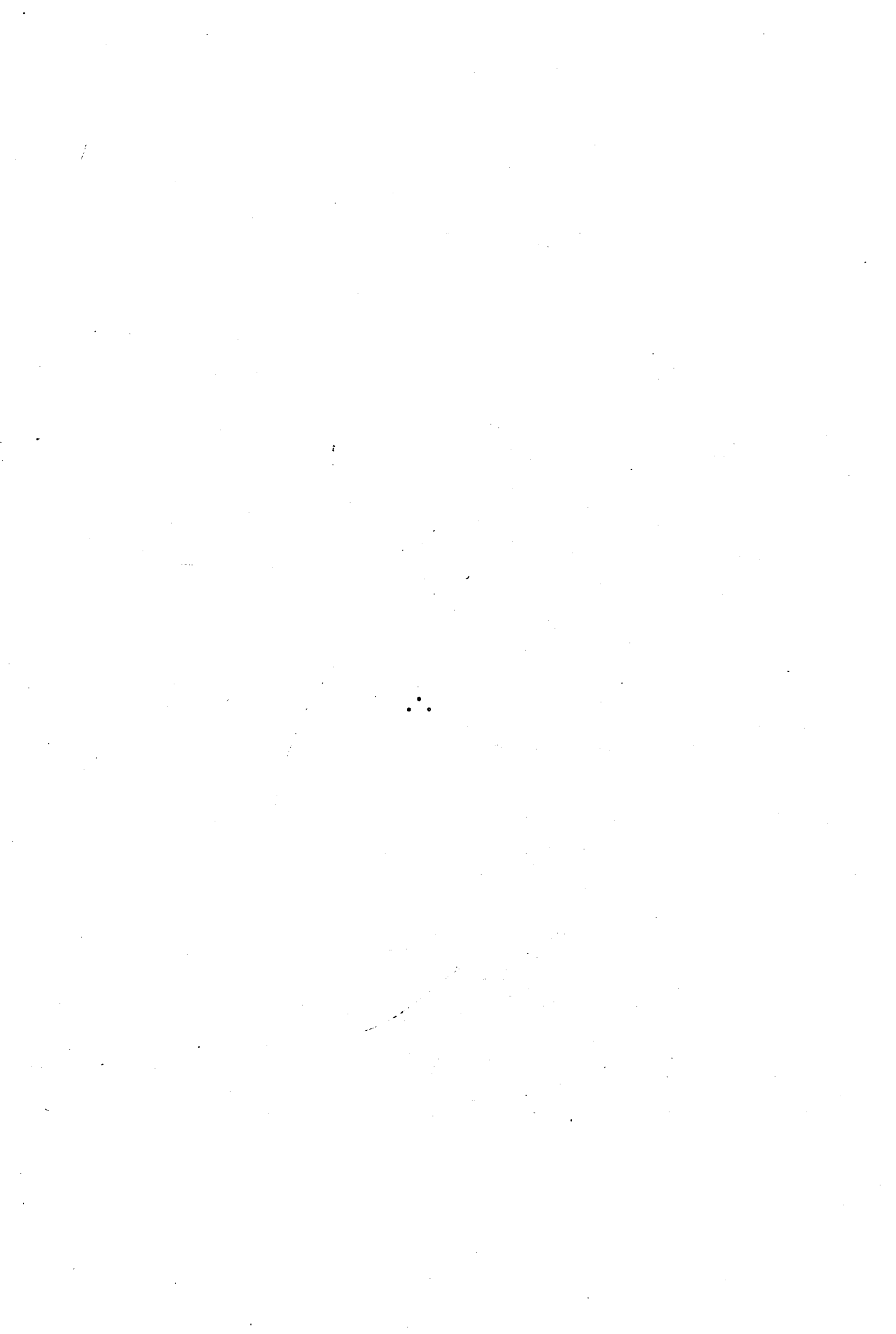
### INTRODUÇÃO

Com a crescente demanda das simulações digitais em cálculo de trajetórias orbitais, foi necessário produzir um simulador numérico de órbita que alia a precisão de modelagem à rapidez computacional, tendo em vista vínculos de custos de processamento.

Realiza-se neste trabalho um programa computacional para o cálculo da aceleração gravitacional devido ao geopotencial, através dos coeficientes dos harmônicos esféricos do Goddard Earth Model 10 (GEM10) apresentado por Lerch et alii (1979). As rotinas são confeccionadas de forma modular para permitir o máximo de flexibilidade, viabilizando a utilização de outros modelos tais como o GEM9, GEM8, GEM4, etc. (Lerch et alii, 1979; NASA, 1977), se estes estiverem disponíveis. Esta forma modular das rotinas torna possível a incorporação de perturbações de arrasto atmosférico, de perturbações luni-solares, de perturbações de marés, de perturbações de pressão de radiação, etc., para integração numérica da órbita com o método de Cowell.

A adoção de fórmulas recursivas para os cálculos da perturbação gravitacional (Capítulo 3) possibilitam rapidez de cálculo e economia de armazenamento. A utilização de parâmetros normalizados (Capítulo 2) permite uma maior precisão numérica, pois evitam o surgimento de números muito grandes durante os cálculos.

A descrição das sub-rotinas em termos de entradas, saídas e passagem de parâmetros é apresentada no Capítulo 4. O Capítulo 5 consta de exemplos de uso com os respectivos resultados e comentários gerais. A listagem das rotinas em linguagem "FORTRAN" padrão é apresentada no Apêndice A.





## CAPÍTULO 2

### FUNDAMENTOS PARA CÁLCULO DO POTENCIAL TERRESTRE

Um ponto material, por exemplo o Centro de Massa (CM) de uma espaçonave ou satélite artificial, sujeito à atração de um campo não-central, no caso a Terra, sofre perturbações devido à distribuição não-simétrica e não-esférica da massa da Terra. Esta distribuição irregular de massa é expressa pelos chamados coeficientes dos harmônicos esféricos. Deste modo, o potencial de um corpo em relação à Terra é calculado de uma forma genérica por (Kaula, 1966):

$$U = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a_e}{r}\right)^n [C_{nm} \cos m \lambda + S_{nm} \sin m \lambda] P_n^m(\sin \psi), \quad (2.1)$$

onde:

- U - é o potencial do CM,
- G - é a constante gravitacional universal,
- M - é a massa da Terra,
- r - é a distância do CM ao centro da Terra,
- a<sub>e</sub> - é o raio equatorial terrestre.
- λ - é a longitude leste do CM relativo à Greenwich,
- ψ - é a latitude geocêntrica do CM,
- P<sub>n</sub><sup>m</sup> - são os polinômios de Legendre e
- C<sub>nm</sub> e S<sub>nm</sub> - são os coeficientes dos harmônicos esféricos.

#### 2.1 - COEFICIENTES DOS HARMÔNICOS ESFÉRICOS

De acordo com a Equação 2.1, os coeficientes C<sub>nm</sub> e S<sub>nm</sub> devem expressar o mais fielmente possível a forma irregular da distribuição de massa da Terra, para que o modelo do potencial seja representado adequadamente. A determinação de tais coeficientes é obtida experimentalmente através da redução e análise dos dados de satélites artificiais e também a partir de métodos gravimétricos. Os valores adota

dos neste trabalho correspondem ao modelo denominado GEM10 - Goddard Earth Model 10 - descrito no artigo de Lerch et alii (1979). O GEM10 contém os coeficientes dos harmônicos até ordem e grau 30, i.e., até  $C_{30,30}$  e  $S_{30,30}$ , e utiliza os seguintes valores para os parâmetros GM e  $a_e$ :

$$GM = 3,9860047 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2 ,$$

$$a_e = 6.378.139 \text{ m} .$$

Os coeficientes GEM10 são listados na forma completamente normalizada (Heiskanen and Moritz, 1967):

$$\begin{pmatrix} \bar{C}_{nm} \\ \bar{S}_{nm} \end{pmatrix} \triangleq \left[ \frac{1}{\epsilon_m (2n+1) (n-m)!} \frac{(n+m)!}{(n-m)!} \right]^{1/2} \begin{pmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{pmatrix} , \quad (2.2)$$

sendo:

$$\epsilon_m = \begin{cases} 1 & \text{se } m = 0 \\ 2 & \text{se } m \geq 1 \end{cases} ,$$

onde  $\bar{C}$  e  $\bar{S}$  são os coeficientes harmônicos completamente normalizados. É comum na literatura (Kaula, 1966) separar os coeficientes C com índices m igual a zero e definir:

$$J_n \triangleq - C_{n0} , \quad (2.3)$$

que são chamados coeficientes zonais. Os coeficientes S com índices  $m = 0$  são nulos:

$$S_{n0} = 0 . \quad (2.4)$$

Aos coeficientes C e S restantes ( $m \geq 1$ ) dá-se o nome de coeficientes dos harmônicos tesserais (alguns autores preferem classificá-los em coeficientes setoriais quando  $m = n$  e coeficientes tesserais quando  $m \neq n$ ). Portanto, a Fórmula 2.2 pode ser desdobrada em:

$$\bar{J}_n \triangleq \left[ \frac{1}{2n + 1} \right]^{1/2} J_n, \quad (2.5)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{C}_{nm} \\ \bar{S}_{nm} \end{pmatrix} \triangleq \left[ \frac{1}{4n + 2} \cdot \frac{(n + m)!}{(n - m)!} \right]^{1/2} \begin{pmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

onde  $\bar{J}_n$  corresponde à normalização dos coeficientes zonais  $J_n$ , e  $\bar{C}_{nm}$  e  $\bar{S}_{nm}$  correspondem à normalização dos coeficientes tesserais  $C_{nm}$  e  $S_{nm}$ .

## 2.2 - POLINÔMIOS DE LEGENDRE COMPLETAMENTE NORMALIZADOS

Quando se considera os coeficientes harmônicos completamente normalizados, os polinômios associados de Legendre,  $P_n^m$ , também devem ser completamente normalizados, a fim de compatibilizar a Equação 2.1 do geopotencial que, em consequência, toma a seguinte forma:

$$U = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{ae}{r} \right)^n \left[ \bar{C}_{nm} \cos m \lambda + \bar{S}_{nm} \sin m \lambda \right] \cdot \bar{P}_n^m (\sin \psi). \quad (2.7)$$

Portanto, vale a seguinte relação (Heiskanen and Moritz, 1967):

$$\bar{P}_n^m = \left[ \epsilon_m (2n + 1) \frac{(n - m)!}{(n + m)!} \right]^{1/2} P_n^m. \quad (2.8)$$

Em termos computacionais esta transformação produz melhor precisão numérica já que, após a normalização,  $\bar{C}$ ,  $\bar{S}$  e  $\bar{P}$  possuem valores mais condicionados para efetuar os cálculos e não introduzem

fatoriais, cujo cálculo pode produzir valores muito grandes e, portanto, suscetíveis de erros numéricos (ver cálculo recursivo dos polinômios de Legendre, Seção 2.4).

### 2.3 - SISTEMA DE COORDENADAS

Uma vez modelado o potencial de um ponto (CM) em relação à Terra, obtêm-se a aceleração gravitacional através do operador gradiente:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \nabla U . \quad (2.9)$$

Entretanto, o potencial  $U$  em geral é descrito no sistema de coordenadas fixo na espaçonave. Porém, pretende-se obter a aceleração no sistema inercial  $OXYZ$ . Assim, seja  $OX'Y'Z'$  o sistema de coordenadas local (fixo na espaçonave) e  $OX_gY_gZ_g$  o sistema de coordenadas terrestre (referente a Greenwich); o seguinte procedimento deve ser efetuado:

- 1) Calcular as acelerações no sistema  $OX'Y'Z'$  local;
- 2) Convertê-las ao sistema  $OX_gY_gZ_g$  terrestre;
- 3) Convertê-las ao sistema  $OXYZ$  inercial.

A Figura 2.1 mostra a geometria entre o sistema  $OX'Y'Z'$  e o sistema  $OX_gY_gZ_g$ . Assim, vale a seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix} = \mathbb{R}(\psi, \lambda) \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} , \quad (2.10)$$

onde  $\mathbb{R}(\psi, \lambda)$  é a matriz de rotação que relaciona os sistemas, calculada por:

$$R(\psi, \lambda) = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \lambda & -\sin \lambda & -\sin \psi \cos \lambda \\ \cos \psi \sin \lambda & \cos \lambda & -\sin \psi \sin \lambda \\ \sin \psi & 0 & \cos \psi \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

onde:

$$\sin \psi = Z_g / r_g$$

$$\cos \psi = (X_g^2 + Y_g^2)^{1/2} / r_g$$

$$\sin \lambda = Y_g / (X_g^2 + Y_g^2)^{1/2}$$

$$\cos \lambda = X_g / (X_g^2 + Y_g^2)^{1/2}$$

$$r_g = (X_g^2 + Y_g^2 + Z_g^2)^{1/2}$$

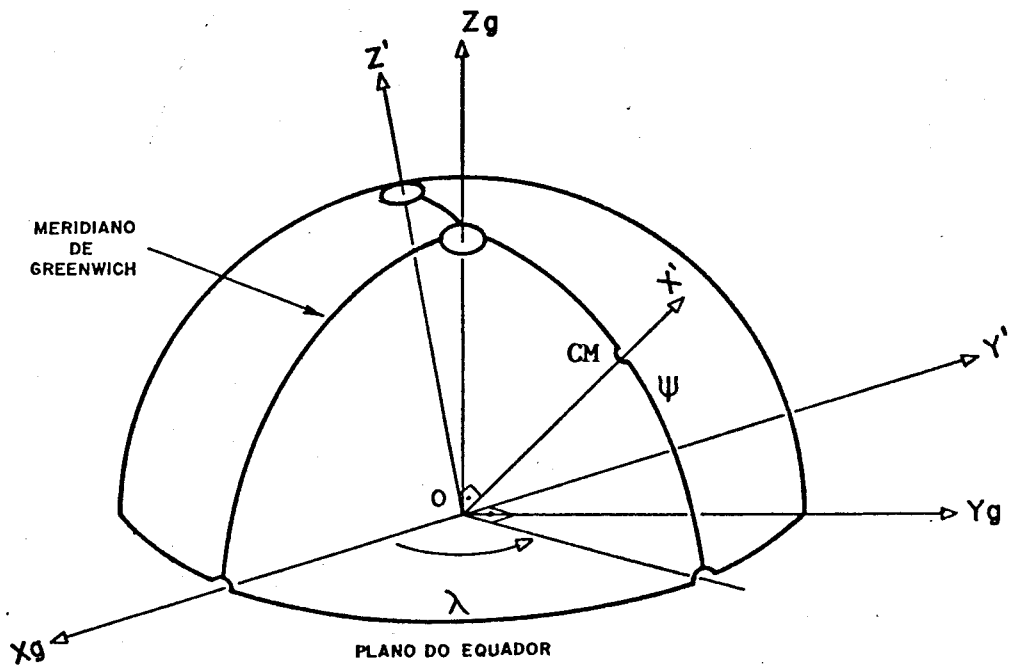


Fig. 2.1 - Sistema local  $OX'Y'Z'$  e sistema terrestre  $OX_gY_gZ_g$ .

A Figura 2.2 mostra a geometria entre o sistema  $OX_g Y_g Z_g$  e o sistema  $OXYZ$ . Vale a seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbb{R}^T(\theta_g) \begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix}, \quad (2.13)$$

onde  $\mathbb{R}(\theta_g)$  é a matriz de rotação calculada por:

$$\mathbb{R}(\theta_g) = \begin{bmatrix} \cos \theta_g & \sin \theta_g & 0 \\ -\sin \theta_g & \cos \theta_g & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

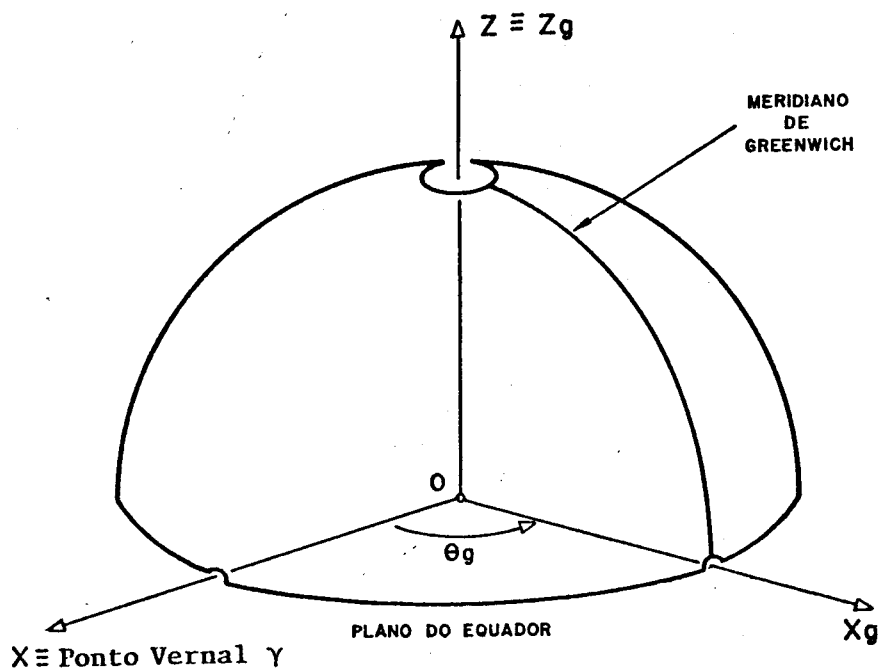


Fig. 2.2 - Sistema inercial  $OXYZ$  e sistema terrestre  $OX_g Y_g Z_g$ .

O ângulo  $\theta_g$  representa o tempo sideral de Greenwich, que por sua vez pode ser calculado a partir da data Juliana (Escobal, 1965) por:

$$\theta_{g_0} = 99^{\circ},6909833 + 36000^{\circ},7689 T_u + 0^{\circ},00038708 T_u^2, \quad (2.15)$$

onde:  $\theta_{g_0}$  é o tempo sideral de Greenwich a zero horas TU (tempo universal) e  $T_u$  é o valor em séculos a partir de 0,5 de janeiro de 1900, calculado por:

$$T_u = \frac{DJ - 2415020,0}{36525}. \quad (2.16)$$

Para o cálculo da Data Juliana DJ, Fliegel e Flandern (1968) apresentam um algoritmo a partir do calendário gregoriano:

$$DJ = 367 * A - 7 * [A + (M+9)/12]/4 + \\ + 275 * M/9 + D + 1721014, \quad (2.17)$$

onde A é o ano, M é o mês e D é o dia. Para o cálculo do tempo sideral num instante qualquer do dia, faz-se a propagação:

$$\theta_g = \theta_{g_0} + \dot{\theta}t, \quad (2.18)$$

onde  $\dot{\theta}$  é a taxa de rotação terrestre no sistema inercial ( $0^{\circ},25068447/$  /min) e t é o tempo em minutos contado a partir de zero horas TU do dia. Rotinas FORTRAN para o cálculo de DJ e  $\theta_g$  podem ser obtidas a partir de Kuga et alii (1981).

Uma vez calculadas as acelerações no sistema local, torna-se simples levá-las ao sistema inercial através das rotações:

$$\begin{bmatrix} \ddot{X}_g \\ \ddot{Y}_g \\ \ddot{Z}_g \end{bmatrix} = \text{IR}(\psi, \lambda) \begin{bmatrix} \ddot{X}' \\ \ddot{Y}' \\ \ddot{Z}' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{Z} \end{bmatrix} = \text{IR}^T(\theta_g) \begin{bmatrix} \ddot{X}_g \\ \ddot{Y}_g \\ \ddot{Z}_g \end{bmatrix}$$

ou

$$\begin{bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{Z} \end{bmatrix} = \text{IR}^T(\theta_g) \text{IR}(\psi, \lambda) \begin{bmatrix} \ddot{X}' \\ \ddot{Y}' \\ \ddot{Z}' \end{bmatrix} \quad (2.19)$$



## CAPÍTULO 3

### CÁLCULO DA ACELERAÇÃO GRAVITACIONAL

#### 3.1 - CÁLCULO RECURSIVO DOS POLINÔMIOS DE LEGENDRE

A utilização do sistema local  $OX'Y'Z'$  permite obter simplicidade e flexibilidade de cálculo, pois neste sistema, pode-se separar facilmente a influência dos coeficientes zonais em relação aos coeficientes tesserais para o cálculo da aceleração.

Excluindo-se a aceleração devida à parte esférica do potencial (aceleração kepleriana ou dos dois corpos), a aceleração devida exclusivamente aos harmônicos pode ser expressa por:

$$\ddot{r}'_{\text{harm}} = \ddot{r}'(J) + \ddot{r}'(C,S) \quad , \quad (3.1)$$

onde  $\ddot{r}'(J)$  representa a influência dos coeficientes zonais e  $\ddot{r}'(C,S)$  representa a influência dos coeficientes tesserais. A aceleração "zonal" é calculado por (Spier, 1971):

$$\ddot{r}'(J) = \frac{GM}{r^2} \sum_{n=2}^{n_1} J_n \left( \frac{a_e}{r} \right)^n \begin{bmatrix} (n+1) P_n \\ 0 \\ - \cos \psi P'_n \end{bmatrix} \quad , \quad (3.2)$$

onde  $n_1$  representa o valor de truncagem da série (o  $n_1$  máximo disponível neste trabalho é 30), e  $P_n$  e  $P'_n$  são os polinômios de Legendre e suas derivadas em relação ao  $\sin \psi$ , respectivamente.

Os polinômios  $P_n$  são calculados recursivamente por:

$$P_n = \frac{2n-1}{n} \sin \psi P_{n-1} - \frac{n-1}{n} P_{n-2} \quad , \quad (3.3)$$

inicializados por  $P_0 = 1$  e  $P_1 = \sin \psi$ .

Contudo, devido à utilização dos coeficientes completamente normalizados, deve-se utilizar os polinômios de Legendre também completamente normalizados, conforme visto na Seção 2.2. Assim, utilizando-se a Fórmula de Recursão 3.3 e a Equação 2.8 chega-se a:

$$\bar{P}_n = (2n + 1)^{1/2} P_n \quad (3.4)$$

Da mesma forma  $P'_n$  (derivada de  $P_n$  em relação a  $\sin \psi$ ) é calculado recursivamente por:

$$P'_n = \sin \psi P'_{n-1} + n P_{n-1} \quad (3.5)$$

inicializado por  $P'_1 = 1$ . Os polinômios completamente normalizados correspondentes são calculados por:

$$\bar{P}'_n = (2n + 1)^{1/2} P'_n \quad (3.6)$$

A aceleração "tesseral" é calculada por (Spier, 1971):

$$r'(C,S) = \frac{GM}{r^2} \sum_{n=2}^{n_1} \sum_{m=1}^n \left( \frac{a_e}{r} \right)^n \cdot \begin{bmatrix} -(n+1) P_n^m (C_{nm} \cos m \lambda + S_{nm} \sin m \lambda) \\ m \sec \psi P_n^m (-C_{nm} \sin m \lambda + S_{nm} \cos m \lambda) \\ \cos \psi P_n^m (C_{nm} \cos m \lambda + S_{nm} \sin m \lambda) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Analogamente a  $n_1$  da Equação 3.2,  $n_2$  máximo disponível é 30. Os  $P_n^m$  são os polinômios associados de Legendre, obtidos a partir das seguintes recursões:

para  $m = n$

$$\sec \psi P_n^n = (2n - 1) \cos \psi \sec \psi P_{n-1}^{n-1} \quad (3.8)$$

inicializado por  $\sec \psi P_1^1 = 1$ .

para  $m < n$

$$\sec \psi P_n^m = \frac{2n-1}{n-m} \sec \psi P_{n-1}^m - \frac{n+m-1}{n-m} \sec \psi P_{n-2}^m, \quad (3.9)$$

com a condição de  $P_a^b = 0$  para  $b > a$ .

Os  $P_n^m$  são calculados por:

$$\cos \psi P_n^m = -n \sec \psi P_n^m + (n+m) \sec \psi P_{n-1}^m, \quad (3.10)$$

valendo a mesma condição da Equação 3.9.

Os polinômios completamente normalizados correspondentes são obtidos por:

para  $m = n$

$$\sec \psi \bar{P}_n^n = \left( \frac{2n+1}{2n} \right)^{1/2} \cos \psi \sec \psi \bar{P}_{n-1}^{n-1}, \quad (3.11)$$

inicializado por  $\sec \psi \bar{P}_1^1 = 3^{1/2}$ .

para  $m < n$

$$\sec \psi \bar{P}_n^m = \left( \frac{2n+1}{n^2 - m^2} \right)^{1/2} \left[ (2n-1)^{1/2} \sec \psi \bar{P}_{n-1}^m - \left( \frac{n^2 - m^2 - 2n + 1}{2n-3} \right)^{1/2} \sec \psi \bar{P}_{n-2}^m \right], \quad (3.12)$$

com  $\bar{P}_a^b = 0$  para  $b > a$ .

Os  $\bar{P}_n^m$  são calculados por:

$$\cos \psi \bar{P}_n^{1,m} = -n \operatorname{sen} \psi \sec \psi \bar{P}_n^m + \left[ \frac{2n+1}{2n-1} (n^2 - m^2) \right]^{1/2} \cdot \sec \psi \bar{P}_{n-1}^m, \quad (3.13)$$

e também  $P_a^b = 0$  para  $b > a$ .

### 3.2 - CÁLCULO DA ACELERAÇÃO LOCAL

A recursividade dos polinômios de Legendre completamente normalizados, Equações 3.4, 3.6, 3.11, 3.12, 3.13, permite o truncamento da série na ordem desejada. O modelo GEM10 contém coeficientes até a ordem e grau 30 ( $n_1 = n_2 = 30$ ) das séries do geopotencial. Com o cálculo da aceleração efetuada no sistema  $OX'Y'Z'$  local, pode-se fazer o cálculo das acelerações zonais e tesserais independentemente. Assim, a aceleração total é composta por:

$$\ddot{r}' = \ddot{r}'(2 \text{ corpos}) + \ddot{r}'(J) + \ddot{r}'(C, S). \quad (3.14)$$

Explicitamente tem-se:

$$\begin{bmatrix} \ddot{X}' \\ \ddot{Y}' \\ \ddot{Z}' \end{bmatrix} = \frac{GM}{r^2} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{GM}{r^2} \sum_{n=2}^{n_1} \bar{J}_n \left( \frac{a_e}{r} \right)^n \begin{bmatrix} (n+1) \bar{P}_n \\ 0 \\ -\cos \psi \bar{P}_n' \end{bmatrix} + \frac{GM}{r^2} \sum_{n=2}^{n_2} \sum_{m=1}^n \left( \frac{a_e}{r} \right)^n \begin{bmatrix} -(n+1) \bar{P}_n^m (\bar{C}_{nm} \cos m \lambda + \bar{S}_{nm} \operatorname{sen} m \lambda) \\ m \sec \psi \bar{P}_n^m (-\bar{C}_{nm} \operatorname{sen} m \lambda + \bar{S}_{nm} \cos m \lambda) \\ \cos \psi \bar{P}_n^{1,m} (\bar{C}_{nm} \cos m \lambda + \bar{S}_{nm} \operatorname{sen} m \lambda) \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

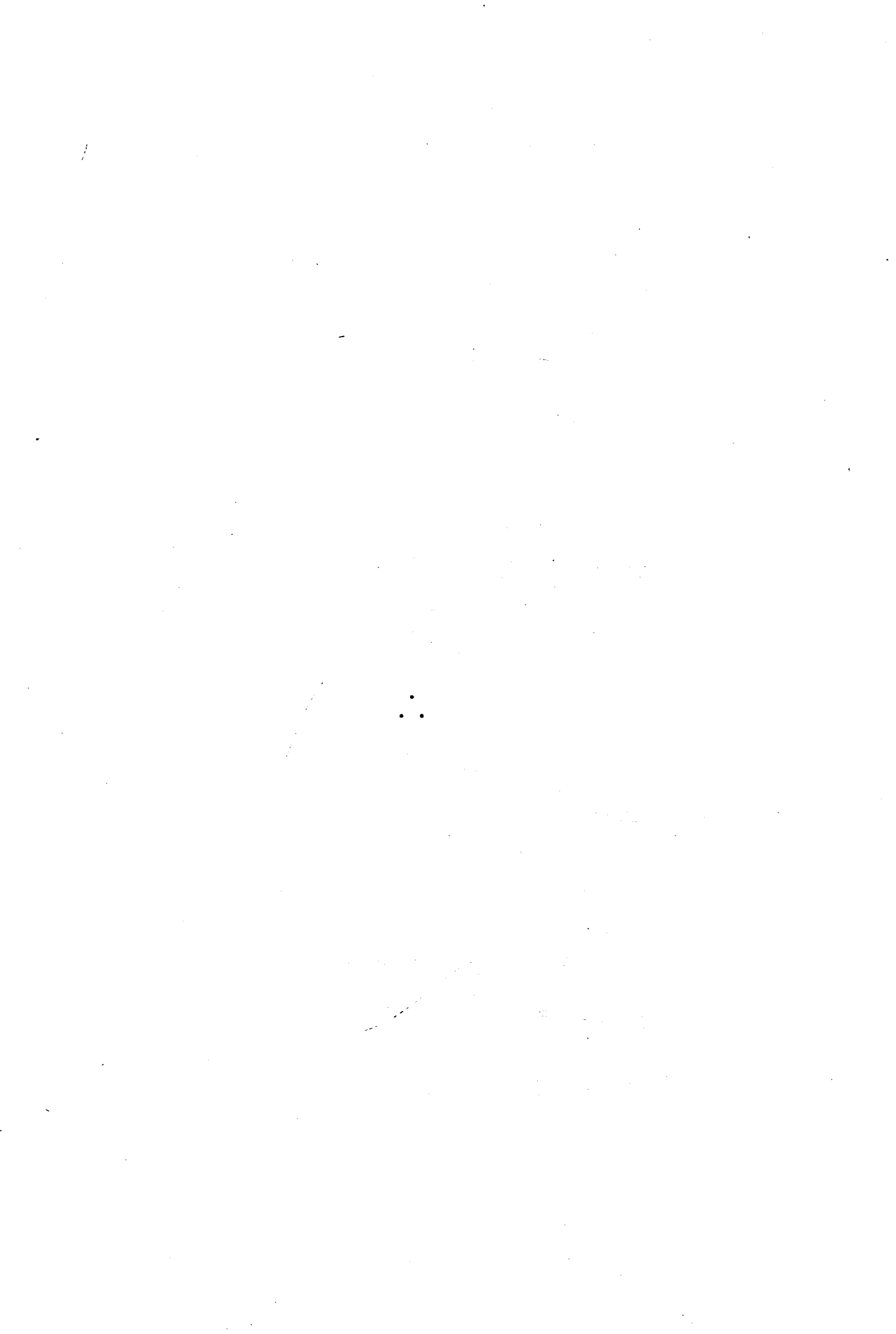
onde  $\bar{J}_n$ ,  $\bar{C}_{nm}$  e  $\bar{S}_{nm}$  são fornecidos pelo GEM10; e  $\bar{P}_n$ ,  $\bar{P}'_n$ ,  $\bar{P}_n^m$ ,  $\bar{P}_n^{m'}$  são calculados recursivamente pelas Equações 3.4, 3.6, 3.11, 3.12, 3.13.

Mantendo a filosofia de explorar ao máximo a recursividade e obter rapidez computacional, calcula-se  $\cos m \lambda$  e  $\sin m \lambda$  por:

$$\cos m \lambda = \cos(m-1) \lambda \cos \lambda - \sin(m-1) \lambda \sin \lambda , \quad (3.16)$$

$$\sin m \lambda = \sin(m-1) \lambda \cos \lambda + \cos(m-1) \lambda \sin \lambda , \quad (3.17)$$

inicializando-os com  $\cos 0 = 1$  e  $\sin 0 = 0$  para  $m = 1$ .



## CAPÍTULO 4

### DESCRIÇÃO DAS ROTINAS

#### 4.1 - SUB-ROTINA GEM10

##### 4.1.1 - UTILIZAÇÃO

CALL GEM10

##### 4.1.2 - PROPÓSITO

A sub-rotina GEM10 define os coeficientes zonais J e os coeficientes tesserais C e S até a ordem e grau 30 na forma completamente normalizada (Lerch et alii, 1979).

##### 4.1.3 - OBSERVAÇÕES

- a) Esta sub-rotina deve ser chamada uma única vez, logo no início do programa que o utiliza. Ela tem a função de inicializar os valores dos coeficientes.
- b) Após a chamada, os coeficientes estarão definidos nos "COMMON" §:

COMMON / CZONAL / CO(30) ,

COMMON / CTESSE / C(30, 30) ,

COMMON / STESSE / S(30, 30) ,

que serão utilizados pelas rotinas de cálculo da aceleração.

Os coeficientes estão multiplicados por  $10^6$ .

## 4.2 - SUB-ROTINA ACEZØN

### 4.2.1 - UTILIZAÇÃO

CALL ACEZØN (N1, ACZ).

### 4.2.2 - PROPÓSITO

A sub-rotina ACEZØN calcula a aceleração do CM, devida aos coeficientes zonais J, no sistema terrestre  $Ox_g Y_g Z_g$  pela Equação 3.2.

### 4.2.3 - PARÂMETROS

#### Entrada:

N1 - Ordem de truncamento da série (ver Equação 3.2).

#### Saída:

ACZ - Vetor de dimensão 3, contendo as componentes de aceleração da espaçonave no sistema terrestre.

### 4.2.4 - OBSERVAÇÕES

- a) Os coeficientes zonais devem estar definidos, i.ê., a sub-rotina GEM10 deve ter sido anteriormente chamada.
- b) No caso de não se usar a sub-rotina gerente ACETOT (Seção 4.4), o COMMON deve ser definido da seguinte maneira:

COMMON / CTE G 10 / SL, CL, SF, CF, RG ,

onde:

SL =  $\text{sen } \lambda$  ,

CL =  $\text{cos } \lambda$  ,



SF = sen  $\psi$  ,  
CF = cos  $\psi$  ,  
RG = r ,

e tais parâmetros (SL, CL, SF, CF, RG) devem ter sido calculados e carregados neste "COMMON" antes de chamar esta rotina.

#### 4.3 - SUB-ROTINA ACETES

##### 4.3.1 - UTILIZAÇÃO

CALL ACETES (N2, ACT)

##### 4.3.2 - PROPÓSITO

A sub-rotina ACETES calcula a aceleração da espaçonave, devida aos coeficientes tesserais C e S, no sistema terrestre por meio da Equação 3.7).

##### 4.3.3 - PARÂMETROS

###### Entrada:

N2 - Ordem de truncamento da série (ver Equação 3.7).

###### Saída:

ACT - Vetor de dimensão 3, contendo as componentes da aceleração da espaçonave no sistema terrestre.

##### 4.3.4 - OBSERVAÇÕES

- a) Os coeficientes tesserais devem estar definidos, i.é., a sub-rotina GEM10 deve ter sido anteriormente chamada.
- b) Vale a mesma observação b da Seção 4.2.4.

#### 4.4 - SUB-ROTINA ACETOT

##### 4.4.1 - UTILIZAÇÃO

CALL ACETOT (N, TSG, XI, AC).

##### 4.4.2 - PROPÓSITO

A sub-rotina ACETOT gerencia as chamadas das sub-rotinas GEM10, ACEZON e ACETES compatibilizando as entradas e saídas, calculando as matrizes de rotação necessárias para produzir a aceleração da espaçonave no sistema inercial.

##### 4.4.3 - PARÂMETROS

###### Entradas:

N - Ordem de truncamento da série,

TSG - Tempo sideral de Greenwich em radianos,

XI - Vetor de dimensão 3, contendo a posição (X, Y, Z) da espaçonave no sistema inercial em metros.

###### Saída:

AC - Vetor de dimensão 3, contendo a aceleração da espaçonave no sistema inercial em  $m/s^2$ .

##### 4.4.4 - OBSERVAÇÕES

a) Internamente, a sub-rotina ACETOT verifica se é a sua 1ª chamada, a fim de inicializar os coeficientes por meio da sub-rotina GEM 10.

b) A sub-rotina ACETOT calcula outros parâmetros necessários às sub-rotinas ACEZON e ACETES (veja Seção 4.2.4 e 4.3.4, observação b).

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSÕES

As rotinas apresentadas foram testadas e implementadas no computador Burroughs 6800 (FORTRAN). Os resultados obtidos são suficientes para constatar não só a validade do método, como o perfeito funcionamento das rotinas (veja listagens no Apêndice A). Seguem-se os testes numéricos elaborados para comparação e análise, a fim de facilitar o entendimento do processo de cálculo, as facilidades, flexibilidade e as peculiaridades quanto às influências relativas aos coeficientes harmônicos do geopotencial.

#### 5.1 - EXEMPLOS NUMÉRICOS

A aplicação principal de tal modelagem é evidente na integração numérica para propagação de órbitas e estende-se a testes de teorias analíticas, coeficientes ressonantes, aplicações cartográficas, etc. Entretanto, como o objetivo é a modelagem das acelerações, elaboraram-se testes no sentido de se obterem as acelerações (conjuntas e isoladas), devidas ao geopotencial principal (corpo central esférico) e ao perturbador (zonal e tesseral), que atuam sobre um satélite exemplo colocado numa órbita kepleriana, perfeitamente circular e inclinada em relação ao Equador. Os dados do satélite exemplo são os seguintes:

semi-eixo maior "a"	= 7.000,000 km ,
excentricidade "e"	= 0 ,
inclinação "i"	= 42° ,
ascensão reta do nó ascendente "Ω"	= 176° ,
argumento do perigeu "ω"	= 0° ,
anomalia média "M"	= 0° ,
tempo sideral de Greenwich "θ <sub>g</sub> "	= 0° .

Para efeito de visualização das influências dos coeficientes dos harmônicos, introduz-se o sistema satélite (sistema com o pla

no da órbita transladado para o CM), com o eixo x radial, y tangente à órbita no sentido da velocidade, e z normal ao plano orbital formando o triedro direto, conforme a Figura 5.1.

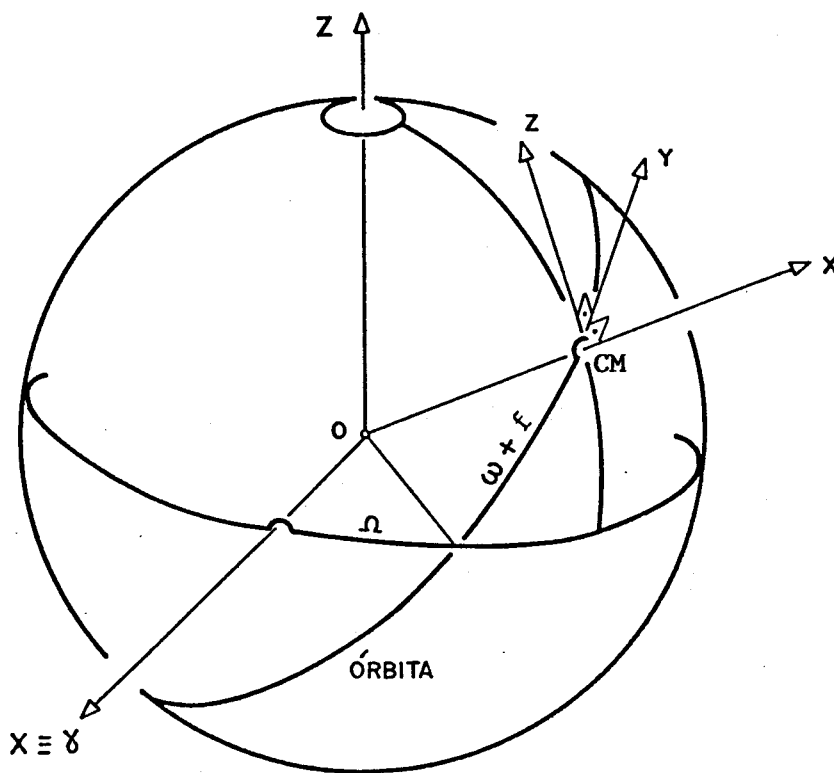


Fig. 5.1 - Sistema satélite adotado para os testes.

As acelerações calculadas ao longo de uma órbita kepleriana foram traçadas para o intervalo de um período anomalístico. A Figura 5.2 (a, b e c) mostra as componentes x, y e z das acelerações no sistema satélite, levando-se em conta todos os coeficientes harmônicos e o termo principal, ou seja:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \ddot{\mathbf{r}}(2 \text{ corpos}) + \ddot{\mathbf{r}}(J) + \ddot{\mathbf{r}}(C, S) .$$

Todas as outras figuras a seguir são traçadas sem o termo principal (2 corpos), para impedir que seu efeito mascare os efeitos perturbados dos coeficientes harmônicos.

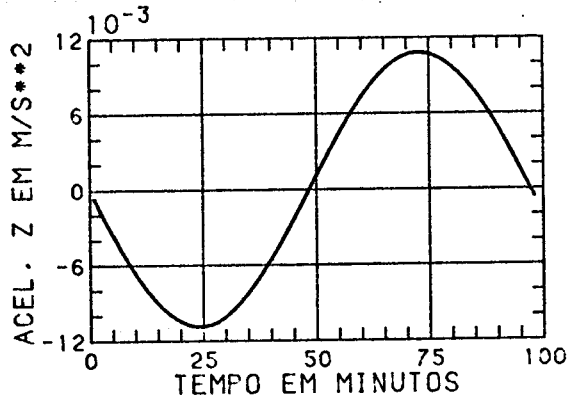
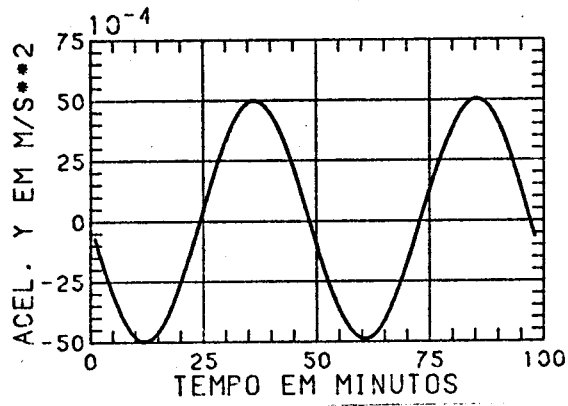
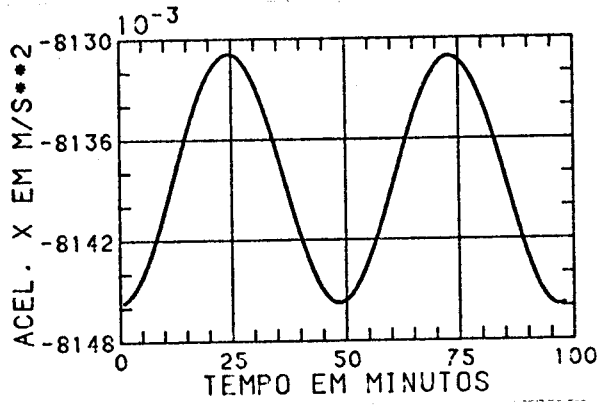


Fig. 5.2 - Aceleração inercial total: (a) aceleração no eixo x; (b) aceleração no eixo Y; (c) aceleração no eixo z.

A Figura 5.3 (a, b e c) mostra as acelerações perturbadoras (sem o termo principal), isto  $\bar{e}$ ):

$$\ddot{r} = \ddot{r}(J) + \ddot{r}(C, S) .$$

A Figura 5.4 (a, b e c) mostra as acelerações devidas somente ao coeficiente zonal  $J_2$ :

$$\ddot{r} = \ddot{r}(J_2) .$$

Os efeitos do coeficiente zonal  $J_2$  são retirados das figuras subsequentes, pois  $\bar{e}$  o maior efeito perturbador, com ordem de grandeza 1000 vezes maior que os outros coeficientes.

A Figura 5.5 (a, b e c) mostra as acelerações devidas aos coeficientes zonais, menos o coeficiente zonal  $J_2$ :

$$\ddot{r} = \ddot{r}(J) - \ddot{r}(J_2) .$$

A Figura 5.6 (a, b e c) mostra as acelerações devidas aos coeficientes zonais e tesserais, menos o coeficiente zonal  $J_2$ :

$$\ddot{r} = \ddot{r}(J) - \ddot{r}(J_2) + \ddot{r}(C, S)$$

A Figura 5.7 (a, b e c) mostra as acelerações devidas aos coeficientes tesserais:

$$\ddot{r} = \ddot{r}(C, S)$$

Todas estas figuras elucidam com razoável clareza as influências dos coeficientes, o que foi possível com a modelagem adotada no presente trabalho.

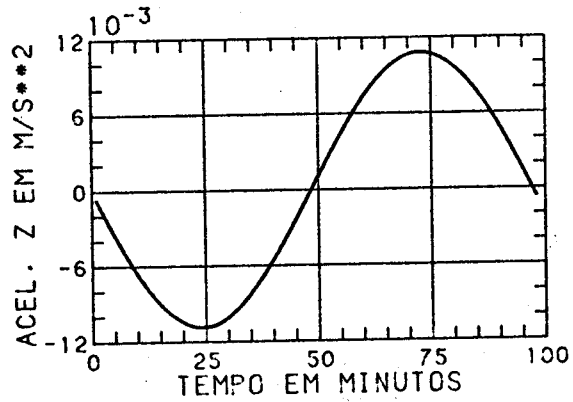
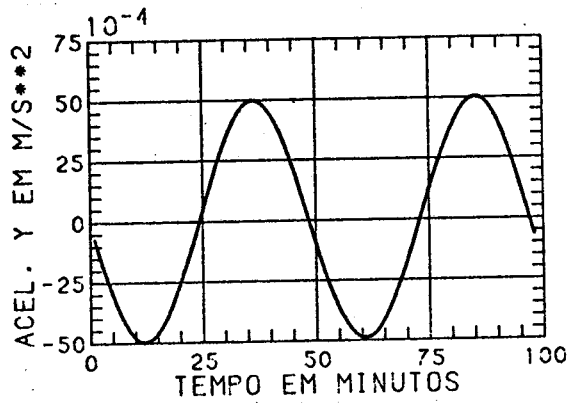
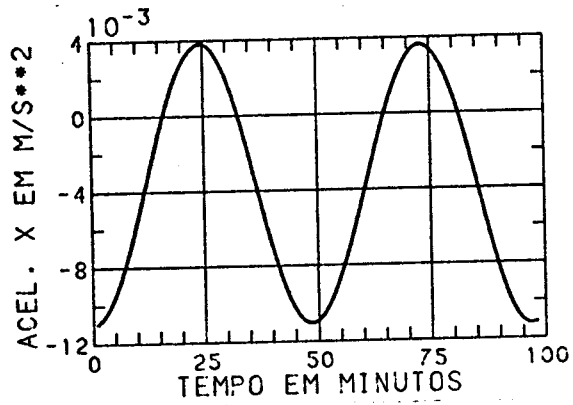


Fig. 5.3 - Aceleração inercial menos a aceleração kepleriana:  
(a) aceleração no eixo x; (b) aceleração no eixo y;  
(c) aceleração no eixo z.

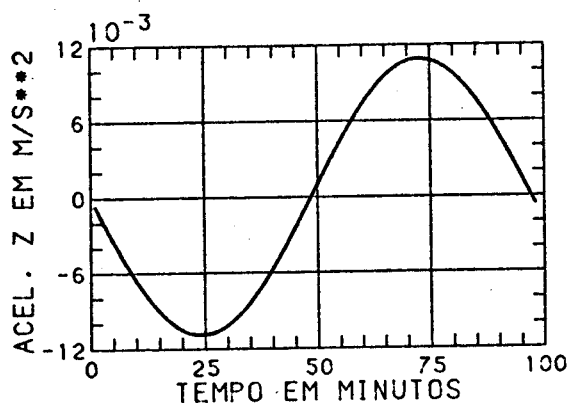
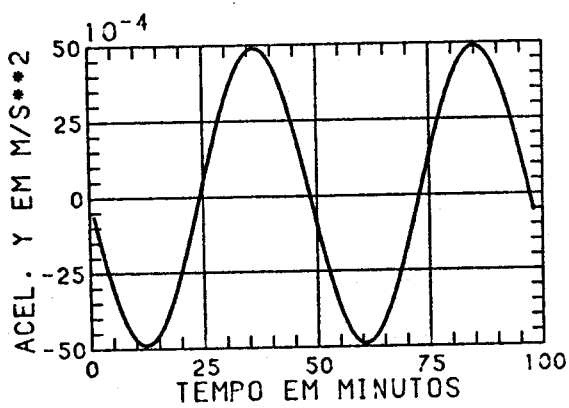
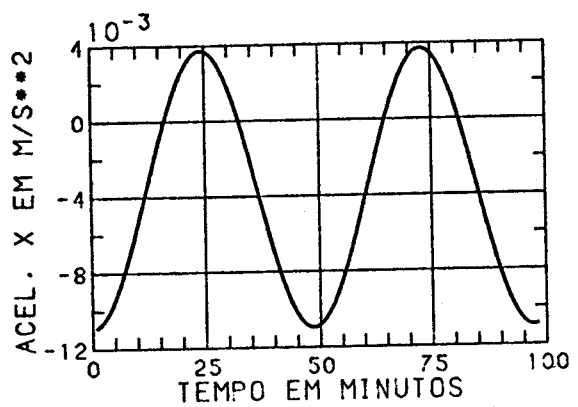


Fig. 5.4 - Aceleração devida ao coeficiente  $J_2$ : (a) aceleração no eixo x; (b) aceleração no eixo y; (c) aceleração no eixo z.



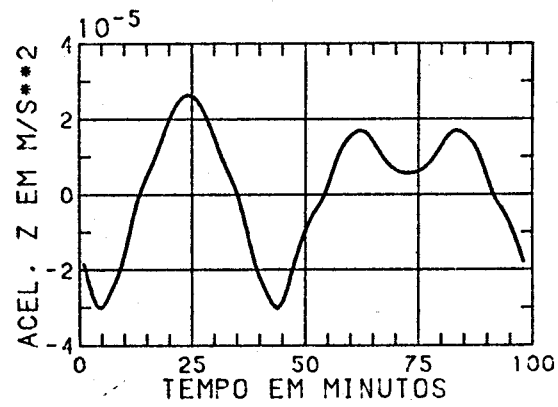
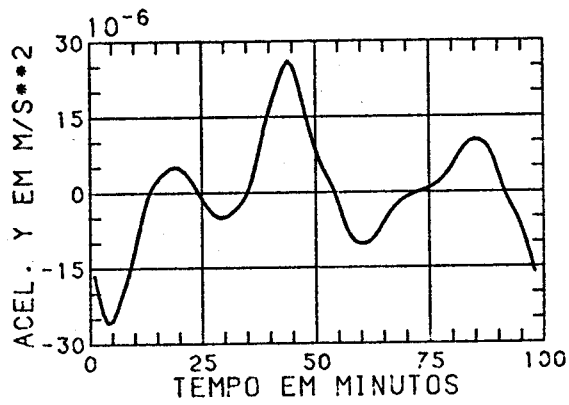
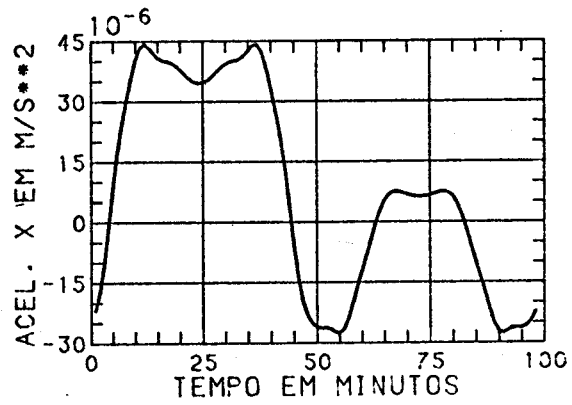


Fig. 5.5 - Aceleração devida aos coeficientes zonais, menos o coe ficiente  $J_2$ : (a) aceleração no eixo x; (b) aceleração no eixo y; (c) aceleração no eixo z.

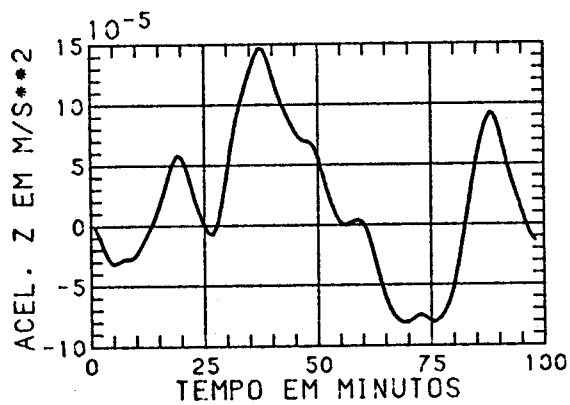
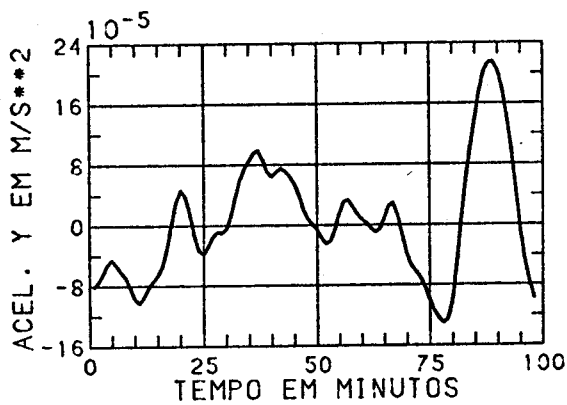
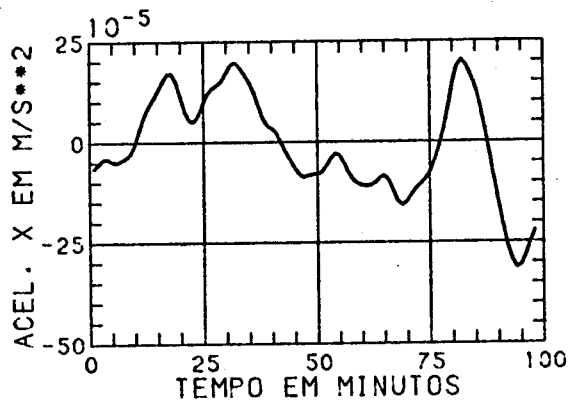


Fig. 5.6 - Aceleração devido aos coeficientes zonais e tesserais, menos o coeficiente  $J_2$ : (a) aceleração no eixo x; (b) aceleração no eixo y; (c) aceleração no eixo z.

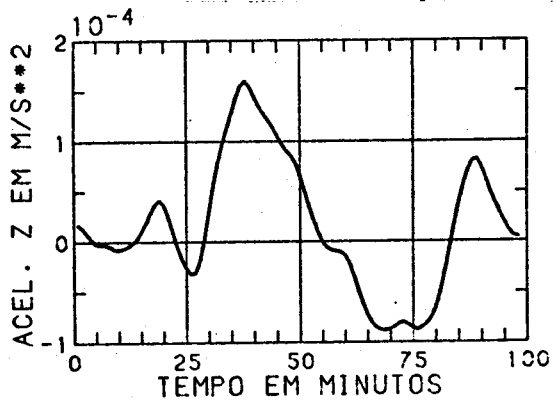
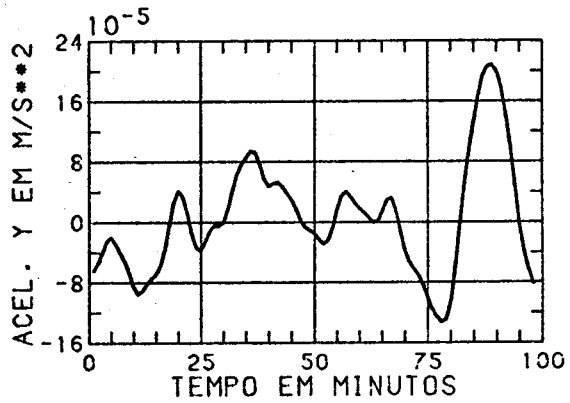
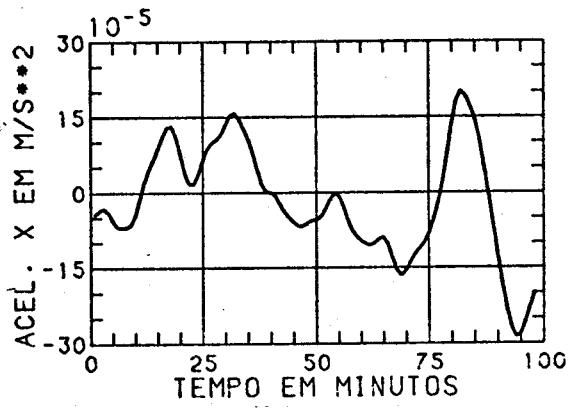


Fig. 5.7 - Aceleração devida aos coeficientes tesserais: (a) aceleração no eixo x; (b) aceleração no eixo y; (c) aceleração no eixo z.

## 5.2 - COMENTÁRIOS

A colocação das rotinas em blocos distintos, de natureza perturbadora (zonal ou tesseral) e ordem e grau da perturbação (atê 30 no GEM10), introduz maior flexibilidade na escolha da modelagem adequada à integração numérica. A rotina que contém os coeficientes dos harmônicos esféricos terrestres, GEM10, pode ser substituída por qualquer outro modelo, podendo a modelagem conter coeficientes superiores à ordem 30, que representa o limite do modelo GEM10.

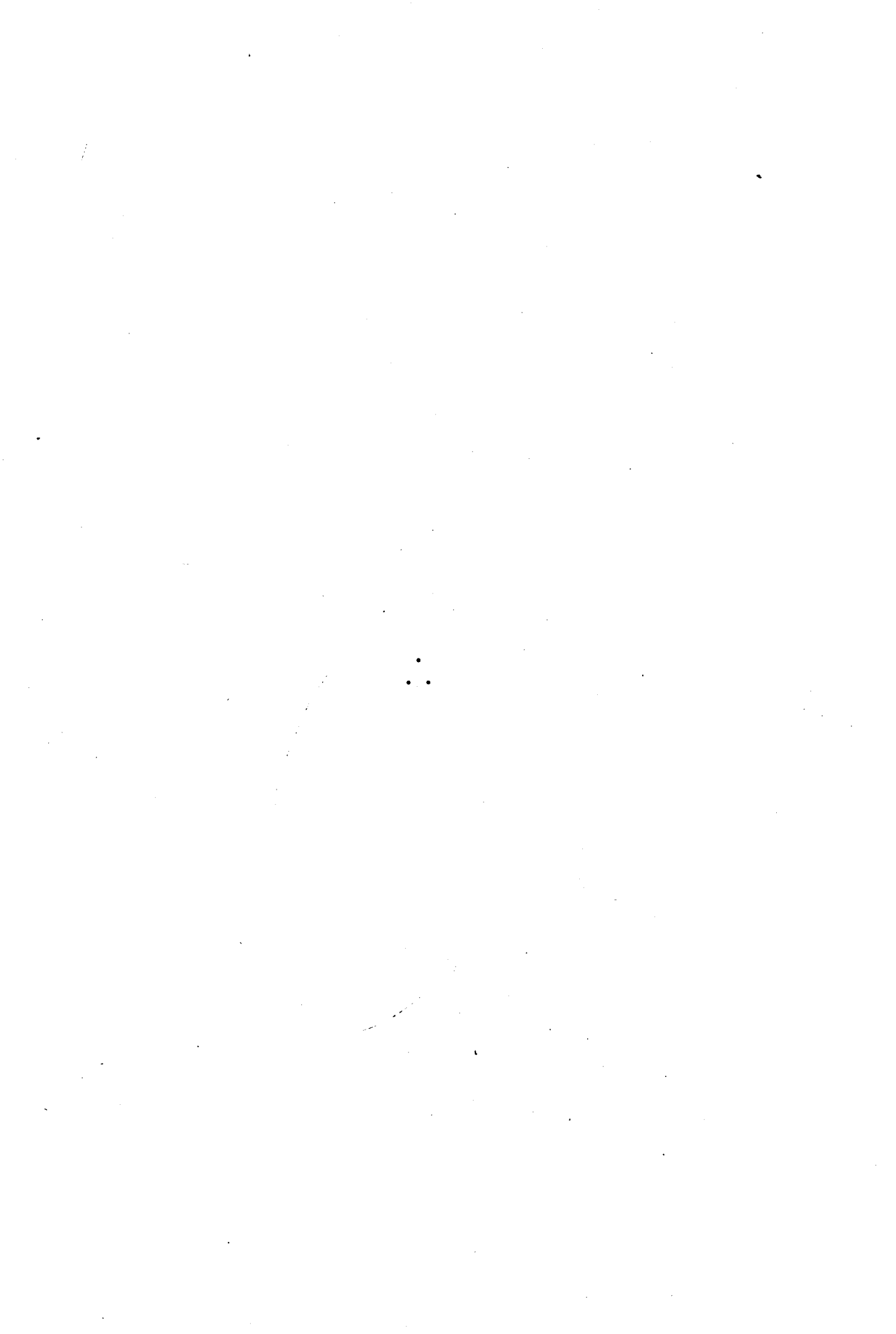
A introdução de rotinas que incluam outras acelerações perturbadoras pode ser feita de maneira modular, não afetando em nada a utilização das rotinas aqui apresentadas.

A utilização da recursividade para cálculo dos polinômios de Legendre e das funções trigonométricas permitem rapidez de processamento com precisão compatível. O cálculo de 60 pontos (em cada eixo x, y, z conforme as Figuras 5.2 a 5.7) ao longo da órbita kepleriana testada ( $\approx$  5400 seg. com passo de 90 seg.) levou aproximadamente 30 seg. de tempo de processamento (não incluiu compilação) no Burroughs 6800.

Com a normalização dos coeficientes dos harmônicos e dos polinômios de Legendre, minimizam-se os erros numéricos que de outra forma adviriam da necessidade do cálculo de fatoriais de alta ordem. Para cálculos que exijam maior precisão, recomenda-se implementar as rotinas do Apêndice A em dupla precisão, principalmente as rotinas ACEZON e ACETES.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ESCOBAL, P.R. *Methods of Orbit Determination*. New York, NY, John Wiley, 1965.
- FLIEGEL, H.F.; FLANDERN, T.C. van. A Machine Algorithm for Processing Calendar Dates. *Communications of the ACM*, 11(10):657, Oct. 1968.
- HEISKANEN, W.; MORITZ, H. *Physical Geodesy*. San Francisco, CA, Freeman, 1967.
- KAULA, W.M. *Theory of Satellite Geodesy*. Waltham, MA, Blaisdell, 1966.
- KUGA, H.K.; CARRARA, V.; MEDEIROS, V.M. *Rotinas Auxiliares de Mecânica Celeste e Geração de Órbita*. São José dos Campos, SP, INPE, jul. 1981. (INPE-2180-RPE/392).
- LERCH, F.J.; KLOSKO, S.M.; LAUBSCHER, R.E.; WAGNER, C.A. Gravity Model Improvement Using Geos 3 (GEM9 and 10). *Journal of Geophysical Research*, 84(B8):3897-3916, July, 1979.
- NASA. *National Geodetic Satellite Program*. Washington, 1977. Part 1. (NASA SP-365).
- SPIER, G.W. *Design and Implementation of Models for the Double Precision Trajectory Program (DPTRAJ)*. Pasadena, CA, JPL, 1971. (Technical memorandum 33.451).



APENDICE A

SUBROTINA ACETOT

SUBROUTINE ACETUT(N,TSG,XI,AC)

ESTA ROTINA GERENCIA AS CHAMADAS DAS ROTINAS  
"ACEZON" E "ACETES" E PROVE MUDANCAS DE SIS-  
TEMAS DE COORDENADAS INERCIAL-TERRESTRE-LO-  
CAL E VICE-VERSA.

ENTRADAS

\*\*\*\*\* N.....ORDEM E GRAU DOS COEFICIEN-  
TES DOS HARMONICOS ESFERICOS,  
NO MAXIMO 30 .  
TSG.....TEMPO SIDERAL DE GREENWICH EM  
RADIANS  
XI.....VETOR POSICAO DO SATELITE NO  
SISTEMA INERCIAL EM METROS,DI-  
MENSAO 3

SAIDAS

\*\*\*\*\* AC .....VETOR DAS ACELERAÇÕES DO SATE-  
LITE NO SISTEMA INERCIAL,EM  
M/S\*\*2,DIMENSÃO 3

HELIO/VALDER/VALDEMIR \*\* INPE -DMC/DDO 10-82

DIMENSION XI(3),AC(3),ACZ(3),ACT(3)

DATA GM /3.9860047 E+14/  
COMMON/CTEG10/SL,CL,SF,CF,RG  
COMMON/G10/INI/INI

CT = COS(TSG)  
ST = SIN(TSG)  
X = XI(1)  
Y = XI(2)  
Z = XI(3)  
XG = CT\*X + ST\*Y  
YG = -ST\*X + CT\*Y  
ZG = Z  
XYQ = XG\*XG + YG\*YG  
RGQ = XYQ + ZG\*ZG  
RG = SQRT(RGQ)  
SF = ZG/RG  
CF = SQRT(XYQ/RGQ)  
XYQ = SQRT(XYQ)  
SL = YG/XYQ  
CL = XG/XYQ  
ACDC = Gw/RGQ

IF(INI.EQ.0) CALL GEM10

CALL ACEZON(N,ACZ)



C

CALL ACETES(N,ACT)

C

AC1 = ACDC\*(-1. + (ACZ(1)+ACT(1))\*1.E-06 )

AC2 = ACDC\*( ACZ(2) + ACT(2) )\*1.E-06

AC3 = ACDC\*( ACZ(3) + ACT(3) )\*1.E-06

C

CCSS = CT\*CL - ST\*SL

CSSC = CT\*SL + ST\*CL

C

AC(1) = CCSS\*CF\*AC1 - CSSC\*AC2 - CCSS\*SF\*AC3

AC(2) = CSSC\*CF\*AC1 + CCSS\*AC2 - CSSC\*SF\*AC3

AC(3) = SF \* AC1 + CF \* AC3

C

RETURN

END



APÉNDICE B

SUBROTINA ACEZON

SUBROUTINE ACEZON(N1,ACZ)

ESTA ROTINA CALCULA AS ACELERAÇÕES DEVIDAS  
AOS COEFICIENTES ZONAIS NO SISTEMA LOCAL  
EM 10\*\*6 M/S\*\*2

ENTRADA

\*\*\*\*\* N1...ORDEM DO COEFICIENTE ZO-  
NAL, MAXIMO 30

VIA COMMON :

/ZONAS/ CO(30) ..COEFICIENTES ZONAIS  
COM SINAL CONTRARIO,  
I.E., CO = - J , E  
MULTIPLICADOS POR 10\*\*6

/CTEG10/ SL,CL,SF,CF,RG ..ESPECIFICA-  
DOS NO RELATORIO

SAIDA

\*\*\*\*\* ACZ...ACELERACAO DEVIDA AOS ZONAIS  
EM 10\*\*6 M/S\*\*2 , VETOR DE DI-  
MENSAO 3

HELIO/VALDER/VALDEMIR INPE-DMC/DDO 10-82

DIMENSION ACZ(3)  
COMMON/ZONAS/CO(30)  
DATA RT /6378139./  
COMMON/CTEG10/SL,CL,SF,CF,RG

APSR = RT/RG  
SLAT = SF  
CLAT = CF

APAC = APSR  
PNM2 = 1.  
PNM1 = SLAT  
PLNM1 = 1.

DO 10 I=2,N1  
DEN = I  
PN = ((2\*I-1)\*SLAT\*PNM1 - (I-1)\*PNM2)/DEN  
PLN = SLAT\*PLNM1 + I\*PNM1  
DEN = SQRT(2\*DEN + 1.)  
APAC = APAC \* APSR  
CJ = -CO(I)\*APAC  
AX = AX + CJ\*(I+1)\*PN\*DEN  
AZ = AZ - CJ\*CLAT\*PLN\*DEN  
PNM2 = PNM1  
PNM1 = PN  
PLNM1 = PLN

10 CONTINUE

C

ACZ(1) = AX

ACZ(2) = 0.

ACZ(3) = AZ

C

RETURN

END



APENDICE C

SUBROTINA ACETES

SUBROUTINE ACETES(N2,AC)

ESTA ROTINA CALCULA AS ACELERACOES DEVIDAS  
AOS COEFICIENTES DOS HARMONICOS TESSERAIS  
EM 10\*\*6 M/S\*\*2

ENTRADA

\*\*\*\*\* N2...ORDEM E GRAU DOS COEFICIENTES  
TESSERAIS, MAXIMO 30

VIA COMMON

/CTESSE/C ....COEFICIENTES C(30,30) \* 10\*\*6

/STESSE/S ....COEFICIENTES S(30,30) \* 10\*\*6

/CTEG10/ SL,CL,SF,CF,RG ...ESPECIFICADOS NO  
RELATORIO

SAIDA

\*\*\*\*\* AC... ACELERACAO TESSERAL EM  
10\*\*6 M/S\*\*2, VETOR DIMENSAO 3

HELIO/VALDER/VALDEMIR INPE-DMC/DDO 10-82

DIMENSION AC(3)  
DIMENSION C(30,30),S(30,30)  
DATA RT / 6378139./  
COMMON/CTESSE/C  
COMMON/STESSE/S  
COMMON/CTEG10/SL,CL,SF,CF,RG

COFI = CF  
SIFI = SF  
COLA = CL  
SILA = SL  
APER = RT/RG  
CDML = 1.  
SIML = 0.

SPNN = SQRT(3.)

DO 200 M = 1,N2  
APEN = APER\*\*M  
COMA = CJML  
CDML = CJML\*COLA - SIML\*SILA  
SIML = SIML\*COLA + COMA\*SILA  
PLMN = -M\*SIFI\*SPNN  
CCSS = C(M,M)\*CDML + S(M,M)\*SIML  
RLPX = RLPX - (M+1)\*SPNN\*CCSS\*COFI\*APEN  
RLPY = RLPY + M\*SPNN\*(-C(M,M)\*SIML + S(M,M)\*CDML)\*APEN



```
RLPZ = RLPZ + PLMN*CCSS*APEN
PMN1 = SPNN
PMN2 = 0.
SPNN = SQRT((2.*M+3.)/(2.*M+2.))*COFI*SPNN
N     = M + 1
```

C

```
100 CONTINUE
IF(N.GT.V2) GOTO 150
E2     = 2.*N
E2M1  = E2 + 1
E2D1  = E2 - 1.
E2M2  = N*N - M*M
SQN1  = SQRT(E2M1)
SQN2  = SQRT(E2D1)
SQN3  = SQRT(E2M2)
FAT2  = SQN1/SQN3
FAT3  = SQRT((E2M2-E2D1)/(E2D1-2.))
FAT4  = SQN1*SQN3/SQN2
APEN  = APER**N
SPMN  = FAT2*(SQN2*SIFI*PMN1 - FAT3*PMN2)
PLMN  = -V*SIFI*SPMN + FAT4*PMN1
CCSS  = C(N,M)*COML + S(N,M)*SIML
RLPX  = RLPX - (N+1)*SPMN*COFI*CCSS*APEN
RLPY  = RLPY + M*SPMN*(-C(N,M)*SIML + S(N,M)*COML)*APEN
RLPZ  = RLPZ + PLMN*CCSS*APEN
PMN2  = PMN1
PMN1  = SPMN
N     = N + 1
GOTO 100
```

C

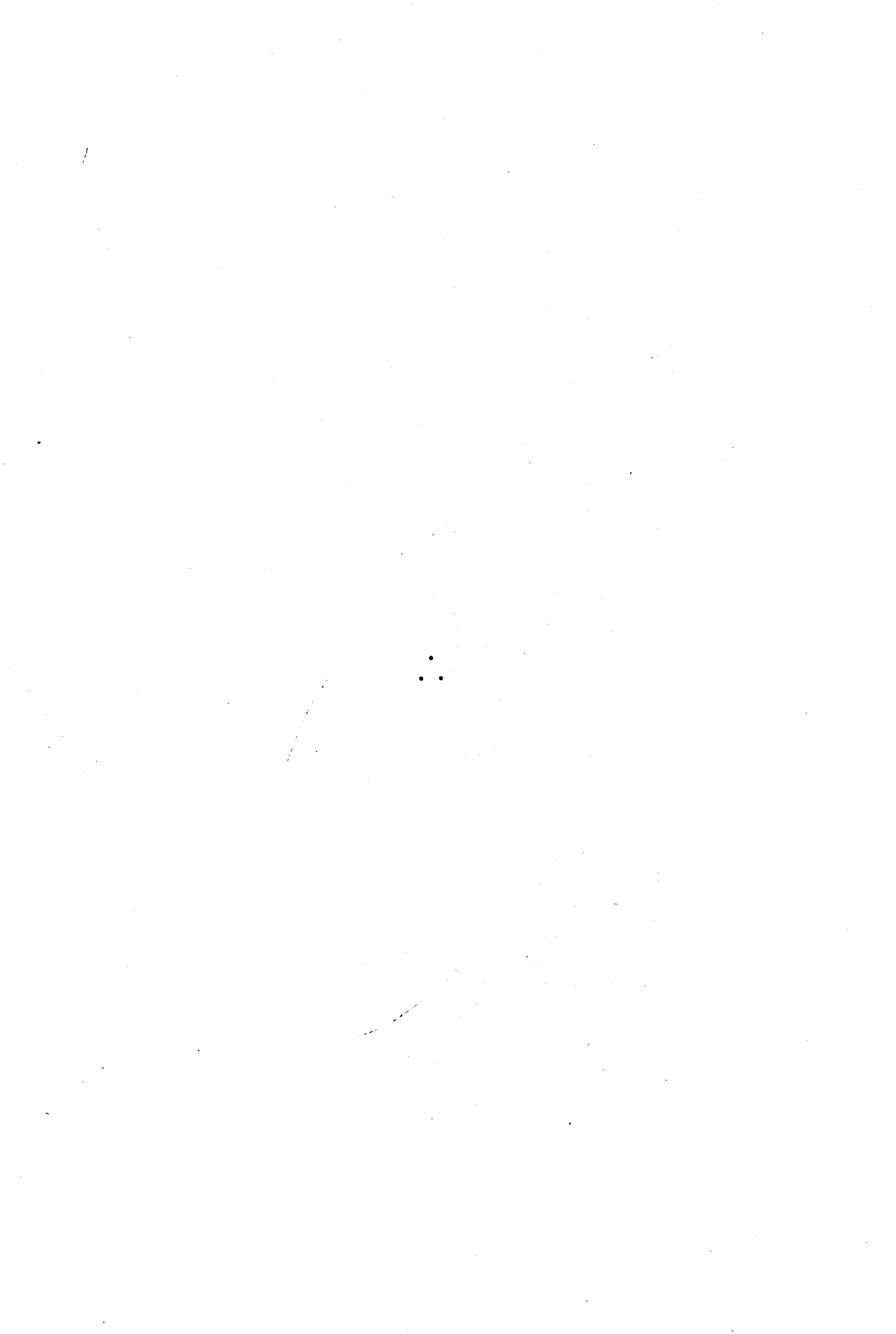
```
150 CONTINUE
200 CONTINUE
```

C

```
AC(1) = RLPX
AC(2) = RLPY
AC(3) = RLPZ
```

C

```
RETURN
END
```



APÊNDICE D

SUBROTINA GEM 10

SUBROUTINE GEM10

C  
C ESTA ROTINA CONTEM OS COEFICIENTES DOS HARMO-  
C NICOS ESFERICOS SEGUNDO O MODELO GEM 10  
C  
C SAIDAS VIA COMMON  
C \*\*\*\*\*  
C  
C /G10INI/INI...PARAMETRO DE INICIALIZACAO  
C  
C /ZONAI5/C0(30)...COEFICIENTES ZONAI5 COM SINAL  
C CONTRARIO E MULTIPLICADOS POR  
C 10\*\*6  
C  
C /STESSE/S(30,30)...COEFICIENTES "S" MULTIPLICA-  
C DOS POR 10\*\*6  
C  
C /CTESSE/C(30,30)...COEFICIENTES "C" MULTIPLICA-  
C DOS POR 10\*\*6  
C  
C HELIO/VALDER/VALDEMIR INPE-DMC/DDO 10-82  
C

COMMON/G10INI/INI  
COMMON/ZONAI5/C0(30)  
COMMON/STESSE/S(30,30)  
COMMON/CTESSE/C(30,30)  
INI = 1

C0(2) = -484.16544  
C0(3) = 0.95838  
C0(4) = 0.54112  
C0(5) = 0.06862  
C0(6) = -0.15070  
C0(7) = 0.09312  
C0(8) = 0.05021  
C0(9) = 0.02754  
C0(10) = 0.05261  
C0(11) = -0.04857  
C0(12) = 0.03862  
C0(13) = 0.04400  
C0(14) = -0.02299  
C0(15) = 0.00143  
C0(16) = -0.00728  
C0(17) = 0.01675  
C0(18) = 0.01001  
C0(19) = 0.00020  
C0(20) = 0.02370  
C0(21) = 0.00010  
C0(22) = -0.00249  
C0(23) = -0.01909  
C0(24) = -0.00553  
C0(25) = 0.00044  
C0(26) = 0.00562

C0(27) = 0.01087  
C0(28) = -0.02127  
C0(29) = -0.00963  
C0(30) = 0.  
C(2,1) = 0.00104  
S(2,1) = -0.00243  
C(3,1) = 2.02855  
S(3,1) = 0.25197  
C(4,1) = -0.53521  
S(4,1) = -0.46926  
C(5,1) = -0.05117  
S(5,1) = -0.09379  
C(6,1) = -0.07293  
S(6,1) = 0.02316  
C(7,1) = 0.27044  
S(7,1) = 0.10196  
C(8,1) = 0.02111  
S(8,1) = 0.05504  
C(9,1) = 0.15846  
S(9,1) = 0.00831  
C(10,1) = 0.08885  
S(10,1) = -0.13023  
C(11,1) = 0.00554  
S(11,1) = -0.00242  
C(12,1) = -0.06945  
S(12,1) = -0.05344  
C(13,1) = -0.03593  
S(13,1) = 0.02592  
C(14,1) = -0.00545  
S(14,1) = 0.04033  
C(15,1) = -0.00281  
S(15,1) = 0.00274  
C(16,1) = 0.01965  
S(16,1) = 0.00367  
C(17,1) = -0.01550  
S(17,1) = -0.02197  
C(18,1) = 0.00297  
S(18,1) = -0.01471  
C(19,1) = -0.03022  
S(19,1) = -0.00623  
C(20,1) = 0.00100  
S(20,1) = -0.01367  
C(21,1) = -0.01609  
S(21,1) = 0.01570  
C(22,1) = 0.00204  
S(22,1) = 0.00134  
C(23,1) = 0.00523  
S(23,1) = 0.01281  
C(24,1) = -0.00656  
S(24,1) = 0.00033  
C(25,1) = 0.00499  
S(25,1) = -0.00213

C(26,1)= 0.  
S(26,1)= 0.  
C(27,1)= 0.  
S(27,1)= 0.  
C(28,1)= 0.  
S(28,1)= 0.  
C(29,1)= 0.  
S(29,1)= 0.  
C(30,1)= 0.  
S(30,1)= 0.  
C(2,2) = 2.43404  
S(2,2) = -1.39907  
C(3,2) = 0.89272  
S(3,2) = -0.62346  
C(4,2) = 0.35208  
S(4,2) = 0.66404  
C(5,2) = 0.65146  
S(5,2) = -0.32769  
C(6,2) = 0.04935  
S(6,2) = -0.35387  
C(7,2) = 0.32437  
S(7,2) = 0.10813  
C(8,2) = 0.07082  
S(8,2) = 0.05462  
C(9,2) = 0.02731  
S(9,2) = -0.03571  
C(10,2)= -0.08538  
S(10,2)= -0.01315  
C(11,2)= 0.03107  
S(11,2)= -0.09117  
C(12,2)= 0.00181  
S(12,2)= -0.00415  
C(13,2)= 0.02761  
S(13,2)= -0.05666  
C(14,2)= -0.03616  
S(14,2)= 0.03335  
C(15,2)= 0.00332  
S(15,2)= -0.02052  
C(16,2)= -0.00941  
S(16,2)= 0.02558  
C(17,2)= -0.01788  
S(17,2)= 0.01258  
C(18,2)= 0.00498  
S(18,2)= 0.01623  
C(19,2)= 0.01621  
S(19,2)= -0.00123  
C(20,2)= -0.00541  
S(20,2)= 0.01019  
C(21,2)= 0.00989  
S(21,2)= -0.00067  
C(22,2)= -0.00183  
S(22,2)= -0.00943

C(23,2)= 0.  
S(23,2)= 0.  
C(24,2)= 0.  
S(24,2)= 0.  
C(25,2)= 0.  
S(25,2)= 0.  
C(26,2)= 0.  
S(26,2)= 0.  
C(27,2)= 0.  
S(27,2)= 0.  
C(28,2)= 0.  
S(28,2)= 0.  
C(29,2)= 0.  
S(29,2)= 0.  
C(30,2)= 0.  
S(30,2)= 0.  
C(3,3) = 0.70028  
S(3,3) = 1.41250  
C(4,3) = 0.98850  
S(4,3) = -0.20179  
C(5,3) = -0.46712  
S(5,3) = -0.20298  
C(6,3) = 0.05697  
S(6,3) = 0.00332  
C(7,3) = 0.23109  
S(7,3) = -0.21615  
C(8,3) = -0.01136  
S(8,3) = -0.08558  
C(9,3) = -0.16196  
S(9,3) = -0.09053  
C(10,3) = -0.01879  
S(10,3) = -0.16064  
C(11,3) = -0.05093  
S(11,3) = -0.12921  
C(12,3) = 0.05913  
S(12,3) = 0.02586  
C(13,3) = -0.02174  
S(13,3) = 0.07047  
C(14,3) = 0.03262  
S(14,3) = -0.00677  
C(15,3) = 0.02250  
S(15,3) = 0.02413  
C(16,3) = -0.01106  
S(16,3) = -0.01984  
C(17,3) = -0.00791  
S(17,3) = 0.00178  
C(18,3) = -0.00136  
S(18,3) = -0.00400  
C(19,3) = 0.00172  
S(19,3) = -0.00958  
C(20,3) = -0.00934  
S(20,3) = 0.01568

C(21,3)= 0.00901  
S(21,3)= 0.00527  
C(22,3)= -0.00504  
S(22,3)= 0.00789  
C(23,3)= 0.  
S(23,3)= 0.  
C(24,3)= 0.  
S(24,3)= 0.  
C(25,3)= 0.  
S(25,3)= 0.  
C(26,3)= 0.  
S(26,3)= 0.  
C(27,3)= 0.  
S(27,3)= 0.  
C(28,3)= 0.  
S(28,3)= 0.  
C(29,3)= 0.  
S(29,3)= 0.  
C(30,3)= 0.  
S(30,3)= 0.  
C(4,4) = -0.19531  
S(4,4) = 0.29883  
C(5,4) = -0.28754  
S(5,4) = 0.04990  
C(6,4) = -0.10089  
S(6,4) = -0.46157  
C(7,4) = -0.28455  
S(7,4) = -0.12984  
C(8,4) = -0.24419  
S(8,4) = 0.07507  
C(9,4) = -0.00977  
S(9,4) = 0.01357  
C(10,4)= -0.09717  
S(10,4)= -0.07666  
C(11,4)= -0.04829  
S(11,4)= -0.07397  
C(12,4)= -0.08039  
S(12,4)= -0.02156  
C(13,4)= -0.01603  
S(13,4)= -0.00226  
C(14,4)= -0.00637  
S(14,4)= -0.00028  
C(15,4)= -0.04109  
S(15,4)= -0.00341  
C(16,4)= 0.03198  
S(16,4)= 0.03151  
C(17,4)= -0.00708  
S(17,4)= 0.01038  
C(18,4)= 0.03212  
S(18,4)= 0.00546  
C(19,4)= 0.00323  
S(19,4)= -0.01652



C(20,4)= -0.00491  
S(20,4)= -0.01402  
C(21,4)= 0.00253  
S(21,4)= 0.00928  
C(22,4)= 0.00025  
S(22,4)= 0.01193  
C(23,4)= 0.  
S(23,4)= 0.  
C(24,4)= 0.  
S(24,4)= 0.  
C(25,4)= 0.  
S(25,4)= 0.  
C(26,4)= 0.  
S(26,4)= 0.  
C(27,4)= 0.  
S(27,4)= 0.  
C(28,4)= 0.  
S(28,4)= 0.  
C(29,4)= 0.  
S(29,4)= 0.  
C(30,4)= 0.  
S(30,4)= 0.  
C(5,5) = 0.15617  
S(5,5) = -0.65983  
C(6,5) = -0.25833  
S(6,5) = -0.53730  
C(7,5) = 0.01498  
S(7,5) = 0.04312  
C(8,5) = -0.01608  
S(8,5) = 0.08245  
C(9,5) = -0.00723  
S(9,5) = -0.05617  
C(10,5)= -0.06518  
S(10,5)= -0.03159  
C(11,5)= 0.04723  
S(11,5)= 0.07119  
C(12,5)= 0.04429  
S(12,5)= 0.00653  
C(13,5)= 0.05961  
S(13,5)= 0.05044  
C(14,5)= 0.01997  
S(14,5)= -0.01693  
C(15,5)= 0.00061  
S(15,5)= 0.00058  
C(16,5)= -0.01064  
S(16,5)= -0.00135  
C(17,5)= -0.02296  
S(17,5)= 0.00653  
C(18,5)= 0.01421  
S(18,5)= 0.01153  
C(19,5)= -0.00868  
S(19,5)= -0.00204

C(20,5) = -0.00029  
S(20,5) = 0.00158  
C(21,5) = 0.00312  
S(21,5) = -0.00679  
C(22,5) = 0.00581  
S(22,5) = 0.00660  
C(23,5) = 0.  
S(23,5) = 0.  
C(24,5) = 0.  
S(24,5) = 0.  
C(25,5) = 0.  
S(25,5) = 0.  
C(26,5) = 0.  
S(26,5) = 0.  
C(27,5) = 0.  
S(27,5) = 0.  
C(28,5) = 0.  
S(28,5) = 0.  
C(29,5) = 0.  
S(29,5) = 0.  
C(30,5) = 0.  
S(30,5) = 0.  
C(6,6) = 0.00271  
S(6,6) = -0.24213  
C(7,6) = -0.36170  
S(7,6) = 0.13055  
C(8,6) = -0.07484  
S(8,6) = 0.31977  
C(9,6) = 0.03974  
S(9,6) = 0.21681  
C(10,6) = -0.03877  
S(10,6) = -0.08487  
C(11,6) = -0.00350  
S(11,6) = 0.03074  
C(12,6) = -0.00211  
S(12,6) = 0.02615  
C(13,6) = -0.03671  
S(13,6) = 0.00301  
C(14,6) = -0.00949  
S(14,6) = -0.00179  
C(15,6) = 0.02390  
S(15,6) = -0.04516  
C(16,6) = -0.00635  
S(16,6) = -0.02898  
C(17,6) = -0.01310  
S(17,6) = -0.01936  
C(18,6) = 0.00935  
S(18,6) = -0.01118  
C(19,6) = 0.00876  
S(19,6) = 0.01212  
C(20,6) = 0.00697  
S(20,6) = 0.00340

C(21,6)= 0.00047  
S(21,6)= 0.00113  
C(22,6)= 0.00318  
S(22,6)= -0.00024  
C(23,6)= 0.  
S(23,6)= 0.  
C(24,6)= 0.  
S(24,6)= 0.  
C(25,6)= 0.  
S(25,6)= 0.  
C(26,6)= 0.  
S(26,6)= 0.  
C(27,6)= 0.  
S(27,6)= 0.  
C(28,6)= 0.  
S(28,6)= 0.  
C(29,6)= 0.  
S(29,6)= 0.  
C(30,6)= 0.  
S(30,6)= 0.  
C(7,7) = -0.00717  
S(7,7) = 0.01688  
C(8,7) = 0.06632  
S(8,7) = 0.07700  
C(9,7) = -0.10317  
S(9,7) = -0.07477  
C(10,7)= 0.00388  
S(10,7)= 0.01801  
C(11,7)= 0.01382  
S(11,7)= -0.08498  
C(12,7)= -0.01897  
S(12,7)= 0.04645  
C(13,7)= -0.00118  
S(13,7)= -0.00334  
C(14,7)= 0.02282  
S(14,7)= -0.02217  
C(15,7)= 0.06538  
S(15,7)= 0.01653  
C(16,7)= -0.00237  
S(16,7)= -0.00768  
C(17,7)= 0.01600  
S(17,7)= -0.00201  
C(18,7)= 0.00254  
S(18,7)= -0.00389  
C(19,7)= 0.00258  
S(19,7)= 0.00405  
C(20,7)= -0.01390  
S(20,7)= -0.00599  
C(21,7)= -0.01030  
S(21,7)= 0.00763  
C(22,7)= -0.00271  
S(22,7)= 0.00169

C(23,7)= 0.  
S(23,7)= 0.  
C(24,7)= 0.  
S(24,7)= 0.  
C(25,7)= 0.  
S(25,7)= 0.  
C(26,7)= 0.  
S(26,7)= 0.  
C(27,7)= 0.  
S(27,7)= 0.  
C(28,7)= 0.  
S(28,7)= 0.  
C(29,7)= 0.  
S(29,7)= 0.  
C(30,7)= 0.  
S(30,7)= 0.  
C(8,8) = -0.12262  
S(8,8) = 0.12887  
C(9,8) = 0.19939  
S(9,8) = -0.01222  
C(10,8)= 0.04349  
S(10,8)= -0.06948  
C(11,8)= 0.01085  
S(11,8)= 0.02482  
C(12,8)= -0.02617  
S(12,8)= 0.02585  
C(13,8)= -0.01830  
S(13,8)= -0.00381  
C(14,8)= -0.04525  
S(14,8)= -0.00434  
C(15,8)= -0.01598  
S(15,8)= 0.02921  
C(16,8)= -0.01900  
S(16,8)= 0.00834  
C(17,8)= 0.01833  
S(17,8)= -0.00385  
C(18,8)= 0.01756  
S(18,8)= -0.01142  
C(19,8)= 0.01824  
S(19,8)= -0.01045  
C(20,8)= -0.00195  
S(20,8)= 0.00990  
C(21,8)= 0.00006  
S(21,8)= 0.00021  
C(22,8)= -0.00781  
S(22,8)= 0.00262  
C(23,8)= 0.  
S(23,8)= 0.  
C(24,8)= 0.  
S(24,8)= 0.  
C(25,8)= 0.  
S(25,8)= 0.

C(26,8)= 0.  
S(26,8)= 0.  
C(27,8)= 0.  
S(27,8)= 0.  
C(28,8)= 0.  
S(28,8)= 0.  
C(29,8)= 0.  
S(29,8)= 0.  
C(30,8)= 0.  
S(30,8)= 0.  
C(9,9) = -0.05541  
S(9,9) = 0.09097  
C(10,9)= 0.12372  
S(10,9)= -0.04851  
C(11,9)= -0.03343  
S(11,9)= 0.03788  
C(12,9)= 0.03710  
S(12,9)= 0.01169  
C(13,9)= 0.02050  
S(13,9)= 0.04507  
C(14,9)= 0.03246  
S(14,9)= 0.00995  
C(15,9)= 0.01081  
S(15,9)= 0.03356  
C(16,9)= -0.01781  
S(16,9)= -0.04536  
C(17,9)= -0.01019  
S(17,9)= -0.02609  
C(18,9)= -0.01934  
S(18,9)= 0.02044  
C(19,9)= 0.00906  
S(19,9)= 0.00639  
C(20,9)= 0.01785  
S(20,9)= 0.01354  
C(21,9)= 0.00450  
S(21,9)= 0.00453  
C(22,9)= 0.00850  
S(22,9)= 0.00662  
C(23,9)= 0.  
S(23,9)= 0.  
C(24,9)= 0.  
S(24,9)= 0.  
C(25,9)= 0.  
S(25,9)= 0.  
C(26,9)= 0.  
S(26,9)= 0.  
C(27,9)= 0.  
S(27,9)= 0.  
C(28,9)= 0.  
S(28,9)= 0.  
C(29,9)= 0.  
S(29,9)= 0.

C(30,9)= 0.  
S(30,9)= 0.  
C(10,10)= 0.10112  
S(10,10)= -0.02228  
C(11,10)= -0.06487  
S(11,10)= -0.00122  
C(12,10)= -0.00466  
S(12,10)= 0.05053  
C(13,10)= 0.03104  
S(13,10)= -0.03120  
C(14,10)= 0.04095  
S(14,10)= 0.01273  
C(15,10)= 0.01858  
S(15,10)= 0.00285  
C(16,10)= 0.00904  
S(16,10)= -0.00214  
C(17,10)= 0.00982  
S(17,10)= 0.01107  
C(18,10)= 0.00142  
S(18,10)= -0.00712  
C(19,10)= -0.01995  
S(19,10)= -0.00809  
C(20,10)= -0.01252  
S(20,10)= -0.00787  
C(21,10)= -0.00168  
S(21,10)= -0.00024  
C(22,10)= 0.00017  
S(22,10)= 0.00707  
C(23,10)= 0.  
S(23,10)= 0.  
C(24,10)= 0.  
S(24,10)= 0.  
C(25,10)= 0.  
S(25,10)= 0.  
C(26,10)= 0.  
S(26,10)= 0.  
C(27,10)= 0.  
S(27,10)= 0.  
C(28,10)= 0.  
S(28,10)= 0.  
C(29,10)= 0.  
S(29,10)= 0.  
C(30,10)= 0.  
S(30,10)= 0.  
C(11,11)= 0.04886  
S(11,11)= -0.07019  
C(12,11)= 0.01619  
S(12,11)= -0.00381  
C(13,11)= -0.03917  
S(13,11)= -0.01086  
C(14,11)= 0.02094  
S(14,11)= -0.03716

C(15,11)= 0.00008  
S(15,11)= 0.00068  
C(16,11)= 0.02278  
S(16,11)= 0.00634  
C(17,11)= -0.02975  
S(17,11)= -0.00543  
C(18,11)= -0.00004  
S(18,11)= 0.01638  
C(19,11)= 0.00203  
S(19,11)= 0.02191  
C(20,11)= 0.01921  
S(20,11)= -0.01048  
C(21,11)= -0.00221  
S(21,11)= -0.01288  
C(22,11)= -0.00244  
S(22,11)= -0.02165  
C(23,11)= 0.  
S(23,11)= 0.  
C(24,11)= 0.  
S(24,11)= 0.  
C(25,11)= 0.  
S(25,11)= 0.  
C(26,11)= 0.  
S(26,11)= 0.  
C(27,11)= 0.  
S(27,11)= 0.  
C(28,11)= 0.  
S(28,11)= 0.  
C(29,11)= 0.  
S(29,11)= 0.  
C(30,11)= 0.  
S(30,11)= 0.  
C(12,12)= -0.00554  
S(12,12)= -0.01268  
C(13,12)= -0.03220  
S(13,12)= 0.09102  
C(14,12)= 0.00975  
S(14,12)= -0.03103  
C(15,12)= -0.03355  
S(15,12)= 0.01650  
C(16,12)= 0.01839  
S(16,12)= 0.00875  
C(17,12)= 0.03036  
S(17,12)= 0.01899  
C(18,12)= -0.03557  
S(18,12)= -0.02274  
C(19,12)= -0.01017  
S(19,12)= 0.00343  
C(20,12)= -0.00592  
S(20,12)= 0.02306  
C(21,12)= 0.00111  
S(21,12)= 0.01673

C(22,12) = -0.01396  
S(22,12) = -0.01715  
C(23,12) = 0.01572  
S(23,12) = 0.00483  
C(24,12) = 0.00934  
S(24,12) = -0.01530  
C(25,12) = -0.00738  
S(25,12) = 0.00359  
C(26,12) = 0.  
S(26,12) = 0.  
C(27,12) = 0.  
S(27,12) = 0.  
C(28,12) = 0.  
S(28,12) = 0.  
C(29,12) = 0.  
S(29,12) = 0.  
C(30,12) = 0.  
S(30,12) = 0.  
C(13,13) = -0.05954  
S(13,13) = 0.06972  
C(14,13) = 0.02809  
S(14,13) = 0.04223  
C(15,13) = -0.02225  
S(15,13) = -0.00224  
C(16,13) = 0.01213  
S(16,13) = -0.00625  
C(17,13) = 0.01525  
S(17,13) = 0.01986  
C(18,13) = -0.01153  
S(18,13) = -0.03674  
C(19,13) = -0.01165  
S(19,13) = -0.02961  
C(20,13) = 0.02321  
S(20,13) = 0.00395  
C(21,13) = -0.01557  
S(21,13) = 0.01460  
C(22,13) = -0.02989  
S(22,13) = 0.00838  
C(23,13) = -0.00118  
S(23,13) = -0.00074  
C(24,13) = 0.00553  
S(24,13) = -0.00469  
C(25,13) = 0.01504  
S(25,13) = -0.00764  
C(26,13) = -0.00235  
S(26,13) = -0.00538  
C(27,13) = -0.00821  
S(27,13) = -0.00785  
C(28,13) = 0.02063  
S(28,13) = 0.01063  
C(29,13) = -0.01165  
S(29,13) = -0.00576



C(30,13)= 0.  
S(30,13)= 0.  
C(14,14)= -0.05122  
S(14,14)= -0.00543  
C(15,14)= 0.00391  
S(15,14)= -0.02457  
C(16,14)= -0.01881  
S(16,14)= -0.03793  
C(17,14)= -0.01586  
S(17,14)= 0.01086  
C(18,14)= -0.00797  
S(18,14)= -0.01007  
C(19,14)= -0.00581  
S(19,14)= -0.01257  
C(20,14)= 0.01308  
S(20,14)= -0.01055  
C(21,14)= 0.01969  
S(21,14)= 0.01034  
C(22,14)= 0.00971  
S(22,14)= 0.00623  
C(23,14)= 0.00839  
S(23,14)= -0.00532  
C(24,14)= -0.01797  
S(24,14)= 0.00413  
C(25,14)= -0.02345  
S(25,14)= 0.01681  
C(26,14)= 0.00739  
S(26,14)= 0.00105  
C(27,14)= 0.02294  
S(27,14)= 0.00612  
C(28,14)= -0.00724  
S(28,14)= -0.01113  
C(29,14)= -0.01098  
S(29,14)= 0.01017  
C(30,14)= 0.  
S(30,14)= 0.  
C(15,15)= -0.02075  
S(15,15)= -0.00447  
C(16,15)= -0.01278  
S(16,15)= -0.02604  
C(17,15)= 0.00235  
S(17,15)= 0.00520  
C(18,15)= -0.05475  
S(18,15)= -0.01538  
C(19,15)= -0.02100  
S(19,15)= -0.01490  
C(20,15)= -0.02512  
S(20,15)= 0.00549  
C(21,15)= 0.00999  
S(21,15)= 0.01154  
C(22,15)= 0.02121  
S(22,15)= -0.00125

C(23,15)= 0.01389  
S(23,15)= 0.00392  
C(24,15)= 0.00191  
S(24,15)= -0.00401  
C(25,15)= -0.00780  
S(25,15)= -0.00435  
C(26,15)= 0.  
S(26,15)= 0.  
C(27,15)= 0.  
S(27,15)= 0.  
C(28,15)= 0.  
S(28,15)= 0.  
C(29,15)= 0.  
S(29,15)= 0.  
C(30,15)= 0.  
S(30,15)= 0.  
C(16,16)= -0.02579  
S(16,16)= 0.00774  
C(17,16)= -0.02359  
S(17,16)= 0.01142  
C(18,16)= 0.01002  
S(18,16)= 0.01677  
C(19,16)= -0.03212  
S(19,16)= -0.01255  
C(20,16)= -0.01244  
S(20,16)= -0.00331  
C(21,16)= 0.00311  
S(21,16)= -0.00678  
C(22,16)= -0.00152  
S(22,16)= -0.00491  
C(23,16)= 0.  
S(23,16)= 0.  
C(24,16)= 0.  
S(24,16)= 0.  
C(25,16)= 0.  
S(25,16)= 0.  
C(26,16)= 0.  
S(26,16)= 0.  
C(27,16)= 0.  
S(27,16)= 0.  
C(28,16)= 0.  
S(28,16)= 0.  
C(29,16)= 0.  
S(29,16)= 0.  
C(30,16)= 0.  
S(30,16)= 0.  
C(17,17)= -0.02227  
S(17,17)= -0.00279  
C(18,17)= 0.01587  
S(18,17)= -0.00260  
C(19,17)= 0.02725  
S(19,17)= -0.00939

C(20,17) = -0.00669  
S(20,17) = -0.00943  
C(21,17) = -0.00380  
S(21,17) = -0.00399  
C(22,17) = 0.00342  
S(22,17) = -0.01193  
C(23,17) = 0.  
S(23,17) = 0.  
C(24,17) = 0.  
S(24,17) = 0.  
C(25,17) = 0.  
S(25,17) = 0.  
C(26,17) = 0.  
S(26,17) = 0.  
C(27,17) = 0.  
S(27,17) = 0.  
C(28,17) = 0.  
S(28,17) = 0.  
C(29,17) = 0.  
S(29,17) = 0.  
C(30,17) = 0.  
S(30,17) = 0.  
C(18,18) = -0.01066  
S(18,18) = -0.01451  
C(19,18) = 0.03935  
S(19,18) = -0.01591  
C(20,18) = -0.00527  
S(20,18) = 0.01647  
C(21,18) = 0.02197  
S(21,18) = -0.00589  
C(22,18) = 0.01463  
S(22,18) = -0.01305  
C(23,18) = 0.  
S(23,18) = 0.  
C(24,18) = 0.  
S(24,18) = 0.  
C(25,18) = 0.  
S(25,18) = 0.  
C(26,18) = 0.  
S(26,18) = 0.  
C(27,18) = 0.  
S(27,18) = 0.  
C(28,18) = 0.  
S(28,18) = 0.  
C(29,18) = 0.  
S(29,18) = 0.  
C(30,18) = 0.  
S(30,18) = 0.  
C(19,19) = 0.00282  
S(19,19) = 0.00122  
C(20,19) = 0.00682  
S(20,19) = 0.00621

C(21,19)= -0.00146  
S(21,19)= -0.00573  
C(22,19)= -0.00439  
S(22,19)= -0.00815  
C(23,19)= 0.  
S(23,19)= 0.  
C(24,19)= 0.  
S(24,19)= 0.  
C(25,19)= 0.  
S(25,19)= 0.  
C(26,19)= 0.  
S(26,19)= 0.  
C(27,19)= 0.  
S(27,19)= 0.  
C(28,19)= 0.  
S(28,19)= 0.  
C(29,19)= 0.  
S(29,19)= 0.  
C(30,19)= 0.  
S(30,19)= 0.  
C(20,20)= 0.00071  
S(20,20)= -0.00618  
C(21,20)= -0.03716  
S(21,20)= -0.00157  
C(22,20)= 0.00466  
S(22,20)= 0.01305  
C(23,20)= 0.  
S(23,20)= 0.  
C(24,20)= 0.  
S(24,20)= 0.  
C(25,20)= 0.  
S(25,20)= 0.  
C(26,20)= 0.  
S(26,20)= 0.  
C(27,20)= 0.  
S(27,20)= 0.  
C(28,20)= 0.  
S(28,20)= 0.  
C(29,20)= 0.  
S(29,20)= 0.  
C(30,20)= 0.  
S(30,20)= 0.  
C(21,21)= 0.00375  
S(21,21)= -0.01106  
C(22,21)= -0.00529  
S(22,21)= 0.00013  
C(23,21)= 0.  
S(23,21)= 0.  
C(24,21)= 0.  
S(24,21)= 0.  
C(25,21)= 0.  
S(25,21)= 0.

C(26,21)= 0.  
S(26,21)= 0.  
C(27,21)= 0.  
S(27,21)= 0.  
C(28,21)= 0.  
S(28,21)= 0.  
C(29,21)= 0.  
S(29,21)= 0.  
C(30,21)= 0.  
S(30,21)= 0.  
C(22,22)= -0.00133  
S(22,22)= 0.00515  
C(23,22)= 0.  
S(23,22)= 0.  
C(24,22)= 0.  
S(24,22)= 0.  
C(25,22)= 0.  
S(25,22)= 0.  
C(26,22)= 0.  
S(26,22)= 0.  
C(27,22)= 0.  
S(27,22)= 0.  
C(28,22)= 0.  
S(28,22)= 0.  
C(29,22)= 0.  
S(29,22)= 0.  
C(30,22)= 0.  
S(30,22)= 0.  
C(23,23)= 0.  
S(23,23)= 0.  
C(24,23)= 0.  
S(24,23)= 0.  
C(25,23)= 0.  
S(25,23)= 0.  
C(26,23)= 0.  
S(26,23)= 0.  
C(27,23)= 0.  
S(27,23)= 0.  
C(28,23)= 0.  
S(28,23)= 0.  
C(29,23)= 0.  
S(29,23)= 0.  
C(30,23)= 0.  
S(30,23)= 0.  
C(24,24)= 0.  
S(24,24)= 0.  
C(25,24)= 0.  
S(25,24)= 0.  
C(26,24)= 0.  
S(26,24)= 0.  
C(27,24)= 0.  
S(27,24)= 0.

C(26,24)= 0.  
S(26,24)= 0.  
C(29,24)= 0.  
S(29,24)= 0.  
C(30,24)= 0.  
S(30,24)= 0.  
C(25,25)= 0.  
S(25,25)= 0.  
C(26,25)= 0.  
S(26,25)= 0.  
C(27,25)= 0.  
S(27,25)= 0.  
C(28,25)= 0.  
S(28,25)= 0.  
C(29,25)= 0.  
S(29,25)= 0.  
C(30,25)= 0.  
S(30,25)= 0.  
C(26,26)= 0.  
S(26,26)= 0.  
C(27,26)= -0.01078  
S(27,26)= -0.00566  
C(28,26)= 0.00755  
S(28,26)= -0.00235  
C(29,26)= -0.00981  
S(29,26)= -0.01668  
C(30,26)= 0.  
S(30,26)= 0.  
C(27,27)= -0.00111  
S(27,27)= -0.00199  
C(28,27)= -0.00909  
S(28,27)= 0.00262  
C(29,27)= 0.  
S(29,27)= 0.  
C(30,27)= 0.  
S(30,27)= 0.  
C(28,28)= 0.00499  
S(28,28)= 0.00602  
C(29,28)= 0.  
S(29,28)= 0.  
C(30,28)= -0.01810  
S(30,28)= -0.03480  
C(29,29)= 0.  
S(29,29)= 0.  
C(30,29)= 0.  
S(30,29)= 0.  
C(30,30)= 0.  
S(30,30)= 0.

C

RETURN  
END