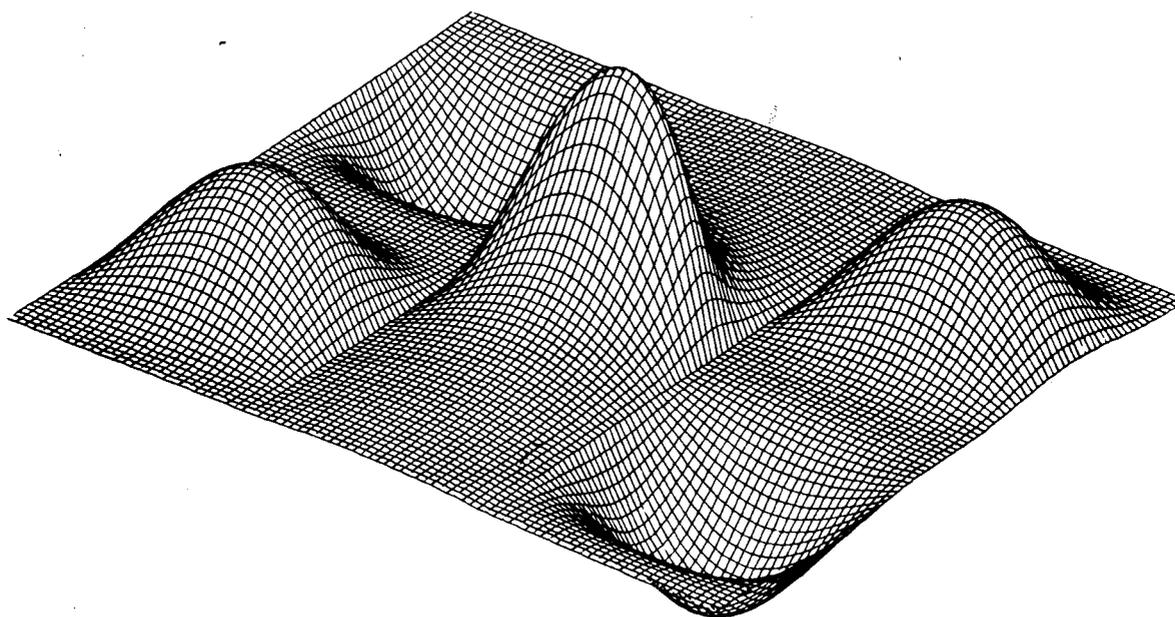




**8º CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA  
APLICADA E COMPUTACIONAL**

**SBMAC**



**ANAIS-vol.1**

Florianópolis, SC — 16 a 20 de setembro de 1985  
Universidade Federal de Santa Catarina

UM MODELO DE PREDIÇÃO PARA O FLUXO SOLAR E PARA  
ATIVIDADE GEOMAGNÉTICA

Roberto Vieira da Fonseca Lopes

Hélio Koiti Kuga

Valdemir Carrara

Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE/CNPq

São José dos Campos - 12200 - C.P. 515 - São Paulo - Brasil

O objetivo deste trabalho é estabelecer modelos de predição para a atividade solar, a qual influencia o comportamento das partículas componentes da atmosfera superior. Tais modelos visam em particular aplicações em cálculos orbitais de satélites artificiais com órbitas baixas ( $< 1000$  km) que, nessa faixa de altitude, são consideravelmente afetados pelo arrasto atmosférico. O cálculo do arrasto atmosférico tem relação direta com as propriedades locais da atmosfera por onde o satélite caminha. Portanto, modelos da densidade atmosférica são necessários para cálculos precisos de órbitas. Os modelos de densidade atmosférica são em geral altamente dependentes da temperatura. Medidas efetuadas a bordo de satélites comprovaram que a temperatura atmosférica local a 90 km de altitude é aproximadamente constante e igual a  $190^{\circ}\text{K}$  [1]. A partir desta altitude, entretanto, a temperatura se eleva assintoticamente até o limite da temperatura exosférica, aos 600 km. A temperatura exosférica, por sua vez, é diretamente afetada pela radiação solar, particularmente por uma estreita faixa do espectro em torno de 10,7 cm de comprimento de onda (verifica-se assim a principal relação entre a atividade solar e a densidade atmosférica). A densidade de fluxo energético da radiação solar no comprimento de onda 10,7 cm é usualmente denominada fluxo solar  $F_{10.7}$ . Medidas diárias do fluxo solar, corrigidas para a distância de uma unidade astronômica, são divulgadas mensalmente pelo Herzberg Institute of Astrophysics de Ottawa, Canadá, desde 1948. A densidade

atmosférica é também influenciada, embora em menor escala, pelas variações sofridas pelo campo magnético terrestre. Entre os diversos fatores que contribuem para estas variações, as tempestades solares são as mais significativas. Estas tempestades aumentam o número de partículas ionizadas trazidas pelo vento solar e deformam as linhas do campo geomagnético. A deformação do campo é medida por um índice K, a cada 3 horas, em 12 observatórios magnéticos espalhados no planeta. Uma média dos valores locais de K, denominada índice planetário  $K_p$ , é divulgada mensalmente pelo Institut für Geophysik de Göttingen, RFA. A escala de  $K_p$ , no entanto, é quase logarítmica e são utilizados apenas valores discretos no intervalo de 0 (atividade mínima) a 9 (atividade máxima). O valor de  $K_p$  pode ser convertido por meio de uma tabela para a amplitude planetária  $A_p$ , de escala linear. Assim, tanto o índice  $K_p$  quanto a amplitude  $A_p$  são medidas equivalentes de atividade geomagnética. Para análise de missões espaciais, cálculo de tempo de vida e propagação de órbitas (verificação de onde e quando o satélite deverá passar no futuro), tornam-se necessários modelos de previsão para o fluxo solar e para a atividade geomagnética. Embora admita-se que estas grandezas estejam relacionadas com a atividade das manchas solares, até o presente não se dispõe de modelos matemáticos baseados em relações físicas de causa e efeito. Existem apenas modelos empíricos que combinam técnicas de regressão e de extrapolação polinomial [2]. A base de dados disponível para o ajuste destes modelos é consideravelmente densa (medidas diárias), mas relativamente curta (cerca de 37 anos) em comparação com as constantes de tempo do fenômeno. As características destes dados podem ser vistas nas Figuras 1 e 2. O fluxo solar apresenta um valor mínimo aproximadamente constante (cerca de  $70 \text{ Wm}^2\text{Hz}^{-1}$ ), acrescido de oscilações de longo período (~11 anos) com amplitudes da ordem de 100 a  $200 \text{ Wm}^2\text{Hz}^{-1}$ . Além disto, verificam-se oscilações bastante irregulares de curto período, cujos valores médios quadráticos aumentam com a intensidade do fluxo, e, portanto, também apresentam uma

tendência aproximadamente periódica (ver a Figura 3). A amplitude  $A_p$  apresenta características semelhantes, embora com periodicidade menos nítida (ver Figuras 2 e 4).

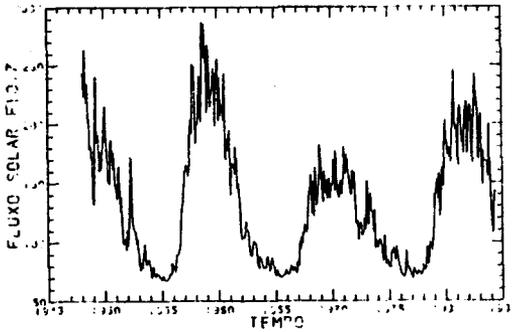


Fig.1 - Fluxo solar desde 1948.

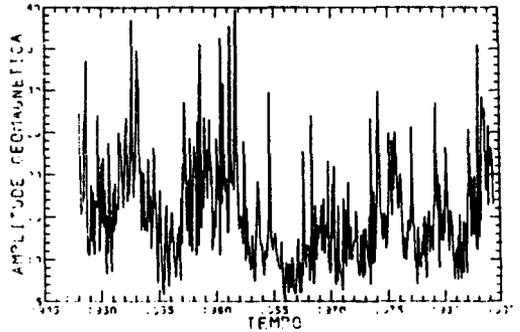


Fig.2 - Amplitude geomagnética desde 1948.

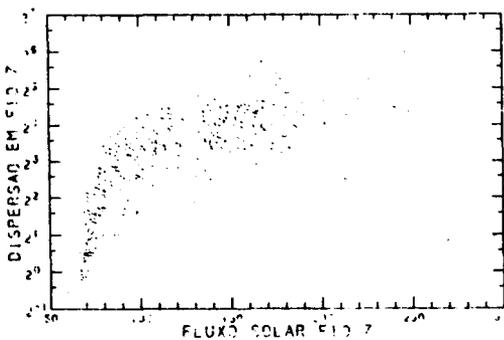


Fig.3 - Relação entre a dispersão e a intensidade do fluxo solar.

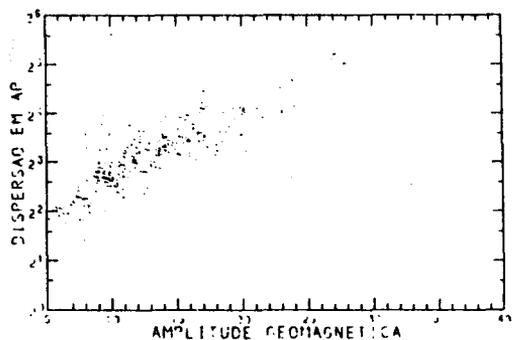


Fig.4 - Relação entre a dispersão e a intensidade da amplitude geomagnética.

A partir destas características básicas desenvolvem-se modelos de previsão para o fluxo solar e para a amplitude geomagnética, descritos resumidamente a seguir. Para o fluxo solar, utiliza-se um modelo estocástico linear excitado por um termo forçante periódico com dispersão periódica dado por:

$$\dot{x} = -\lambda x + u, \quad (1)$$

$$u = U \operatorname{sen}(2\pi t/T + \alpha) + \sqrt{Q} \operatorname{sen}(\pi t/T + \beta) w(t) \quad , \quad (2)$$

$$F_{10.7} = x + \bar{F}_{10.7} + v \quad , \quad (3)$$

onde:  $\bar{F}_{10.7}$  é o valor médio do fluxo solar; T é o longo período; w é um ruído branco com densidade espectral unitária; v é um processo gaussiano branco que representa a incerteza de medição; e os parâmetros  $\lambda$ , Q,  $\alpha$  e  $\beta$  são ajustados de modo a fazer com que, no regime permanente, a amplitude e a fase de x e de sua dispersão coincidam com os respectivos valores observados na base de dados. As medidas disponíveis do fluxo são processadas por um filtro linear de Kalman [3] e propagadas segundo o modelo dinâmico. O fluxo predito por este modelo, bem como sua dispersão, aproxima-se assintoticamente dos valores periódicos médios observados na base de dados. Porém, durante um transiente da ordem de um ano, a incerteza na propagação permanece expressivamente inferior àquela fornecida pelo comportamento periódico médio, evidenciando assim a vantagem do procedimento. A Figura 5 mostra uma predição a partir de 1964 e a comparação de seus resultados com os valores reais observados. Para a amplitude  $A_p$  preferiu-se não utilizar o mesmo tipo de abordagem devido à notável falta de uniformidade em seus ciclos. Optou-se por modelos de predição linear do tipo auto-regressão [4]. Entretanto, estes modelos requerem o conhecimento da correlação dos valores medidos passados com os valores futuros a serem preditos, o que a rigor só seria viável se  $A_p$  fosse estacionário. A Figura 4 sugere a existência de uma relação funcional entre a dispersão  $\sigma(t)$  e a intensidade de  $A_p$ , do tipo:

$$\sigma(t) = H[A_p(t)] \quad , \quad (4)$$

onde a função H pode ser obtida por meio de ajuste de funções por mínimos quadrados. Embora isto por um lado mostre que  $A_p$  não é estacionário, por outro lado, permite elaborar uma transformação não-linear:

$$A_p^*(t) = G(A_p(t)) \quad , \quad (5)$$

de tal modo que  $A_p^*$  tenha dispersão aproximadamente constante. Esta transformação, definida por:

$$\frac{dG}{dA_p} = H^{-1/2} (A_p) \quad , \quad (6)$$

é deduzida desenvolvendo  $A_p^*$  em série de Taylor até a primeira ordem. Admitindo então a hipótese de que a correlação  $R(t, \tau)$  seja tal que:

$$R(t, \tau) = \rho(t - \tau) H^{1/2}[A_p(t)] H^{1/2}[A_p(\tau)] \quad , \quad \rho(0) = 1 \quad , \quad (7)$$

obtem-se que  $A_p^*$  é aproximadamente estacionário no sentido de que sua correlação é aproximadamente dada por  $\rho(t - \tau)$ . Supondo além disto que  $A_p^*$  seja ergódico, calcula-se  $\rho(t - \tau)$  a partir da base de dados transformados. A predição de  $A_p^*$  foi feita em duas etapas. Na primeira propagou-se a diferença entre um valor médio periódico de todos os ciclos, obtido por suavização periódica [5], e uma suavização "spline" [6] que acompanha as variações de médio período peculiares a cada ciclo (ver Figura 6 e 7).

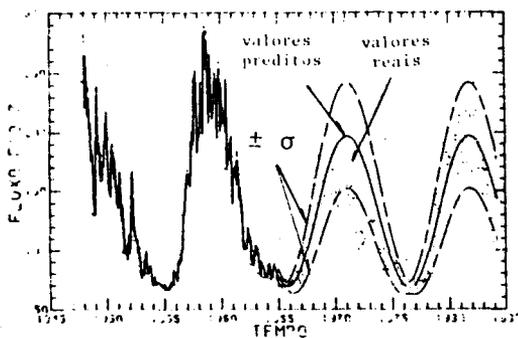


Fig.5 - Predição do fluxo solar a partir de 1964.

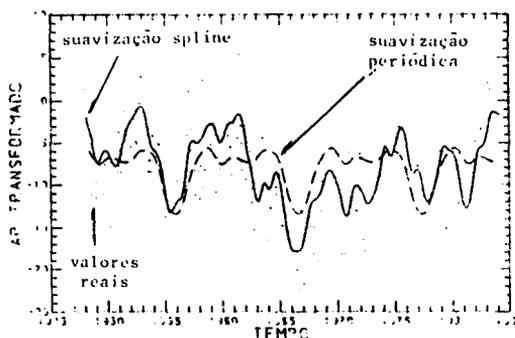


Fig.6 - Amplitude geomagnética transformada.

Na segunda, propagaram-se as variações de curto período em relação à suavização "spline". A Figura 8 mostra uma predição a partir de 1968, obtida aplicando a transformação inversa aos valores preditos de  $A_p^*$ . A comparação dos resultados com os valores reais medidos indica que os modelos desenvolvidos para o fluxo solar e para a atividade geomagnética apresentam uma propaga

ção estatisticamente consistente, especialmente vantajosa em predições por períodos da ordem de um ano.

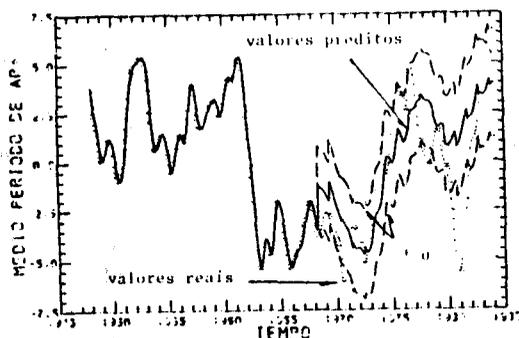


Fig.7 - Predição do médio período de  $A_p^*$  a partir de 1968.

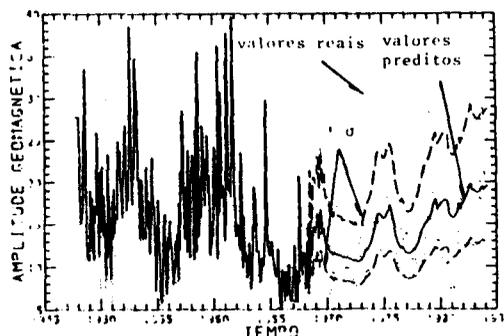


Fig.8 - Predição de  $A_p$  a partir de 1968.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] JACCHIA, L.G.. *Thermospheric temperature, density, and composition: new models*. Cambridge, MA, SAO, 1977 (SAO special rep. nº 375).
- [2] HOLLAND, R.L.; VAUGHAN, W.W. Lagrangian least-squares prediction of solar flux ( $\bar{F}_{10.7}$ ). *J. of Geophysical Research*, 89(A1):11-16, Jan. 1984.
- [3] JAZWINSKI, A.H. *Stochastic process and filtering theory*. New York, Academic, 1970.
- [4] MAKHOUL, J. Linear prediction: a tutorial review. In: Childers, D. *Modern spectrum analysis*. New York, John Wiley, 1978. p.99-118.
- [5] LOPES, R.V.F. Suavização no domínio da frequência. In: Congresso Latino-Americano de Automática, 1., Congresso Brasileiro de Automática, 5., *Anais*. Campina Grande, PB, Universidade Federal da Paraíba, 3-6 Set., 1984, p. 490-495.
- [8] WAHBA, G. Smoothing noisy data with spline functions. *Numerische Mathematik*, 24:383-393, 1975.